ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2,1998 Естественные науки

Математика

УДК 517.53

М.С. МАРТИРОСЯН

СУММИРОВАНИЕ БИОРТОГОНАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПО НЕПОЛНОЙ СИСТЕМЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В ПОЛУПЛОСКОСТИ

Рассматривая неполную систему рациональных функций в пространстве H_+^2 в верхней полуплоскости, В.Х. Мусоян [1] построил метод суммирования биортогонального разложения М.М. Джрбашяна [6-8].

В настоящей работе этот результат устанавливается во всех пространствах $H_+^p(1<p<\infty)$.

Пусть $f(z)$ – предел последовательности $\sum_{k=1}^{p_n} a_k^{(n)} e_k(z)$ при $n\to\infty$, где $\{e_k\}_1^\infty$ – система рациональных функций, неполная относительно любого из пространств Харди $H_+^p(1<p<\infty)$ в верхней полуплоскости. Рассматривается ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k e_k(z) \ ,$$

где $a_k=\lim_{n\to\infty} a_k^{(n)}$ и ставится задача суммирования этого ряда к функции $f(z)$. Она сводится к построению метода суммирования биортогонального разложения функции $f(z)$ по неполной системе $\{e_k\}_1^\infty$, что и предлагается в настоящей работе.

Следует отметить, что в случае $p=2$ эта задача решена в работе [1], где существенно была использована гильбертова структура пространства H_+^2. В случае $(1<p<\infty)$ решение аналогичной задачи представлено в работе [2], где рассматривается система рациональных функций в пространствах $H^p(1<p<\infty)$ в круге.

Сначала приведены результаты общего характера.

§1. Порожденные биортогональные системы в пространствах $\mathbf{H}_+^p(1<p<\infty)$. Пусть R^* – пространство, сопряженное к линейному нормированному пространству R. Линейно-независимую систему $\{e_k\}_1^\infty \subset R$ и систему функционалов $\{U_k\}_1^\infty \subset R^*$ называют биортогональными, если $U_k(e_m)=\delta_{km}$, где

$$\delta_{km}=\begin{cases}1\,\text{при}\ k=m,\\ 0\,\text{при}\ k\neq m.\end{cases}$$

Известно, что для существования биортогональной системы $\{U_k\}_1^\infty$ необходимо и достаточно, чтобы система $\{e_k\}_1^\infty$ была минимальной, т.е. отбрасывание хотя бы одного элемента e_k вызывает уменьшение замкнутой линейной оболочки системы $\{e_k\}$.

Пусть $1 < p < \infty$. Рассмотрим пространство $R = H_+^p$, т.е. пространство всех функций $f(z)$, аналитических в верхней полуплоскости $G^{(+)} = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$, для которых

$$\|f\|_{H_+^p} = \sup_{0<y<\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x+iy)|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}} < \infty .$$

Известно, что функции пространства H_+^p почти везде на вещественной оси имеют угловые граничные значения, и класс граничных функций составляет подпространство в пространстве $L^p(-\infty;+\infty)$, причем это подпространство изоморфно и изометрично с пространством H_+^p. Поэтому впредь мы не будем различать пространство предельных функций от самого пространства H_+^p и для обозначений норм функций из $L^p(-\infty;+\infty)$ и H_+^p будем использовать единый символ $\|\cdot\|_p$.

Нам понадобится следующая (см. [3], с. 157-160)

Теорема (М. Рисс). Если $g(x) \in L^p(-\infty;+\infty)$, где $p \in (1;\infty)$, то функция

$$h(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(x)}{x-z} dx$$

входит в класс H_+^p. Более того, существует постоянная A_p, зависящая только от p, такая, что

$$\|h\|_p \le A_p \|g\|_p .$$

Как известно (см. [3], с. 177), при $1 < p < \infty$ сопряженным пространством пространства H_+^p является фактор-пространство $L^q / H_+^q \left(q = \dfrac{p}{p-1} \right)$, т.е. каждый функционал $U \in H_+^p$ имеет следующее представление:

$$U(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) g_\alpha(x) dx ,$$

где $\{g_\alpha\}$ – некоторый смежный класс в пространстве L^q / H_+^q.

Применением теоремы М. Рисса нетрудно убедиться, что функционал $U \in H_+^{p*}$ можно представить в более удобной для нашей цели форме

$$U(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\varphi(x)} dx , \qquad (1)$$

где φ – единственная функция из $H_+^q \left(q = \dfrac{p}{p-1} \right)$.

Пусть $\{e_k\}_1^\infty$ – минимальная система из $H_+^p (1 < p < \infty)$. Пользуясь (1), мы можем и будем называть для краткости биортогональными системы $\{e_k\}_1^\infty$ и

$\{\varphi_k\}_1^\infty$, где функции $\{\varphi_k\}_1^\infty$ определяются из равенств

$$U_k(e_m)=\delta_{km},\ U_k(e)=\int_{-\infty}^{+\infty}e(x)\overline{\varphi_k(x)}dx,$$

$$e\in H_+^p,\ \varphi_k\in H_+^q,\ q=\frac{p}{p-1};\ k,m=1,2,\dots .$$

С помощью (1) также нетрудно убедиться, что система, биортогональная к системе $\{e_k\}_1^\infty$, единственна тогда и только тогда, когда $E_p=H_+^p$, где E_p – замкнутая линейная оболочка системы $\{e_k\}_1^\infty$ в пространстве H_+^p .

Следует отметить, что условие $E_p=H_+^p$ эквивалентно условию полноты системы $\{e_k\}_1^\infty$ относительно пространства $H_+^q\left(q=\dfrac{p}{p-1}\right)$, поэтому:

(i) если система $\{e_k\}_1^\infty$ неполна относительно любого из пространств $H_+^p(1<p<\infty)$, то $E_p\neq H_+^p$ для всех $p\in(1;\infty)$. Верно и обратное.

Пусть система $\{e_k\}_1^\infty$ минимальна во всех пространствах $H_+^p(1<p<\infty)$ и неполна относительно любого из них. Рассмотрим дополнительное условие $\{\varphi_k\}_1^\infty\subset E_p$ для всех $p\in(1;\infty)$, где $\{\varphi_k\}_1^\infty$ – система, биортогональная к системе $\{e_k\}_1^\infty$. В этом случае систему $\{\varphi_k\}_1^\infty$ назовем биортогональной системой, порожденной системой $\{e_k\}_1^\infty$. Легко проверить, что порожденная биортогональная система единственна.

Если $\{\varphi_k\}_1^\infty$ – биортогональная система, порожденная системой $\{e_k\}_1^\infty$, то порожденным биортогональным разложением функции $f\in H_+^p$ назовем ряд

$$\sum_{k=i}^{\infty}U_k(f)e_k(z), \tag{2}$$

где

$$U_k(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\overline{\varphi_k(x)}dx.$$

Определение. Будем говорить, что пространство H_+^p ортогонально проектируется на подпространство E_p, если для любой функции $f\in H_+^p$ существует единственная функция $P_{E_p}f\in E_p$, такая, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f(x)-P_{E_p}f(x)\right]\overline{e_k(x)}\,dx=0,\ \ k=1,2,\dots$$

функцию $P_{E_p}f$ назовем ортогональной проекцией функции $f\in H_+^p$ на подпространство E_p .

Ниже предлагается метод суммирования ряда (2) к $P_{E_p}f$ в случае системы рациональных функций.

§2. Неполная система рациональных функций. В $G^{(+)}$ рассмотрим систему рациональных функций

$$e_{ks}(z)=\frac{s!}{2\pi i}\frac{1}{\left(z-\overline{\lambda}_k\right)^{s+1}},\ k=1,2,\ldots;\ s=0,1,\ldots,m_k-1, \tag{3}$$

где $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$ – произвольная последовательность различных комплексных чисел из $G^{(+)}$

Функции системы (3) входят во все пространства $H_+^p(1<p<\infty)$. Известно (см. [4]), что для неполноты системы (3) относительно любого из пространства $H_+^p(1<p<\infty)$ необходимо и достаточно, чтобы

$$\sum_{k=1}^{\infty} m_k\frac{\operatorname{Im}\lambda_k}{1+|\lambda_k|^2}<\infty. \tag{4}$$

В $G^{(+)}$ рассмотрим систему функций

$$\varphi_{ks}(z)=\frac{B(z)}{s!2\pi i}\int_{c_k}\frac{(\zeta-\lambda_k)^s}{B(\zeta)(\zeta-z)}d\zeta,\quad k=1,2,\ldots;\ s=0,1,\ldots,m_k-1, \tag{5}$$

где c_k – окружность с центром в точке λ_k, лежащая в $G^{(+)}$ и не охватывающая других точек λ_i, отличных от λ_k; точка z лежит вне окружности c_k, а $B(z)$ – произведение Бляшке в $G^{(+)}$ (условие (4) также необходимо и достаточно для существования произведения Бляшке).

Лемма. Система (5) является биортогональной, порожденной системой (3), т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e_{lq}(x)\overline{\varphi_{ks}(x)}dx=\int_{-\infty}^{\infty}\overline{e_{lq}(x)}\varphi_{ks}(x)dx=\begin{cases}1,\ l=k,q=s,\\ 0,\ l\neq k,\\ 0, l=k,q\neq s,\end{cases} \tag{6}$$

и функции системы (5) принадлежат замкнутым линейным оболочкам E_p системы (3) в пространствах $H_+^p(1<p<\infty)$.

Доказательство. Введем обозначения

$$B_n(z)=\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{z-\lambda_j}{z-\bar{\lambda}_j}v_j\right)^{m_j},$$

где $v_k=\dfrac{\left|1+\lambda_k^2\right|}{1+\lambda_k^2}$. Условимся считать $v_k=1$ при $\lambda_k=i$ и

$$\varphi_{ksn}(z)=\frac{B_n(z)}{s!2\pi i}\int_{c_k}\frac{(\zeta-\lambda_k)^s}{B_n(\zeta)(\zeta-z)}d\zeta,\ n\geq l.$$

Тогда имеем (см. [1])

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\overline{e_{lq}(x)}\varphi_{ksn}(x)dx=\begin{cases}1,\ l=k,q=s,\\ 0,\ l\neq k,\\ 0, l=k,q\neq s.\end{cases} \tag{7}$$

Для установления (6) докажем, что в (7) можно перейти к пределу при $n \to \infty$. Для этого достаточно доказать, что при фиксированных k и s последовательность $\{\varphi_{ksn}\}_{n=1}^{\infty}$ стремится к φ_{ks} по нормам $H_+^p (1 < p < \infty)$.

Действительно,

$$\begin{aligned} |\varphi_{ksn}(x) - \varphi_{ks}(x)| \le |B_n(x)| \int_{c_k} \frac{|\zeta - \lambda_k|^s}{|\zeta - x|} \cdot \left| \frac{1}{B_n(\zeta)} - \frac{1}{B(\zeta)} \right| \cdot |d\zeta| + \\ + |B_n(x) - B(x)| \int_{c_k} \frac{|\zeta - \lambda_k|^s}{|\zeta - x|} \cdot \frac{|d\zeta|}{|B(\zeta)|}. \end{aligned} \tag{8}$$

Поскольку функция $(1+|x|)|\zeta - x|^{-1}$, где $x \in (-\infty; +\infty)$, $\zeta \in c_k$, как функция двух переменных непрерывна и равномерно относительно $\zeta \in c_k$ стремится к 1 при $|x| \to \infty$, то она ограничена, следовательно, для некоторого $M > 0$ выполняется неравенство

$$|\zeta - x|^{-1} \le M(1+|x|)^{-1}, \zeta \in c_k, \quad -\infty < x < \infty. \tag{9}$$

Кроме того, функции $B_n(\zeta)$ равномерно стремятся к $B(\zeta)$ на c_k и $|B_n(x)| = 1$, $n = 1,2,...$ почти для всех $x \in (-\infty; +\infty)$. Поэтому первый интеграл в (8) сходится к нулю по нормам $H_+^p (1 < p < \infty)$. Согласно [3, с.147] и [5, с. 187] имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |B_n(x) - B(x)|^p \frac{dx}{1+x^2} \underset{n\to\infty}{\to} 0,$$

следовательно,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |B_n(x) - B(x)|^p |f(x)| dx \underset{n\to\infty}{\to} 0 \tag{10}$$

для любого $f \in L^1(-\infty; +\infty)$.

Теперь из (9) и (10) следует, что и второе слагаемое в (8) стремится к нулю при $n \to \infty$ по нормам пространств $H_+^p (1 < p < \infty)$. Остается доказать, что система (5) порождается системой (3).

Допустим обратное: существует некоторая функция φ_{lq} системы (5), не принадлежащая к некоторому $E_p (1 < p < \infty)$. Тогда существует функционал $\Phi \in H_+^{p^*}$, такой, что

$$\Phi(\varphi_{lq}) \ne 0 \quad \text{и} \quad \Phi/_{E_p} = 0.$$

Пусть

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\psi(x)} dx, \quad \psi \in H_+^q, \quad q = \frac{p}{p-1}.$$

Из условия $\Phi/_{E_p} = 0$, вытекает, что

$\Phi(e_{ks}) = 0$, $k = 1,2,...;$ $s = 0,1,..., m_k - 1$,

откуда и

$$\psi^{(s)}(\lambda_k) = 0, \quad k = 1,2,...; \ s = 0,1,..., m_k - 1. \tag{11}$$

Тогда функция

$$F(z)=\frac{\psi(z)}{B(z)(z-\overline{\zeta})}, \quad \zeta\in c_l,$$

входит в класс H_+^1, поэтому (см.[3], с. 151)

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F(x)dx=0. \tag{12}$$

С другой стороны, применяя теорему Фубини, получим

$$0\neq\overline{\Phi(\varphi_{lq})}=\frac{1}{q!2\pi i}\overline{\int_{c_l}\frac{(\zeta-\lambda_l)^q}{B(\zeta)}d\zeta}\int_{-\infty}^{+\infty}F(x)dx,$$

что в противоречии с (12). Лемма доказана.

Отметим, что порожденная неполной системой (3) биортогональная система была построена и систематически использована М.М. Джрбашяном (см.[6 – 8]). Интегральное представление (5) получено В.Х. Мусояном [1].

Теорема. Пусть $1<p<\infty$ и $f\in E_p$. Тогда

$$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\underset{n\to\infty}{l.i.m.}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}(f)\left\{\overline{\frac{d^s}{d\lambda^s}\frac{r_n(\lambda)}{\overline{z}-\lambda}}\right\}_{\lambda=\lambda_k}, \tag{13}$$

где

$$a_{ks}(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\overline{\varphi_{ks}(x)}dx, \quad r_n(\lambda)=\prod_{k=n+1}^{+\infty}\left(\frac{\lambda-\lambda_k}{\lambda-\overline{\lambda}_k}v_k\right)^{m_k},$$

а $l.i.m.$ означает предел по норме пространства H_+^p.

Доказательство. В работе [1] установлено следующее равенство:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}(f)\left\{\overline{\frac{d^s}{d\lambda^s}\frac{r_n(\lambda)}{\overline{z}-\lambda}}\right\}_{\lambda=\lambda_k}&=\\=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(x)B_n(x)}{B(x)}\cdot\frac{dx}{x-z}-\frac{B_n(z)}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(x)d(x)}{B(x)(x-z)}&,\end{aligned} \tag{14}$$

где $f\in H_+^2$, $z\in G^+$. Оно верно и для любой функции $f\in H_+^p(1<p<\infty)$ (доказательство то же самое, что и в случае $p=2$) и, в частности, для $f\in E_p$.

Перейдем к пределу в (14) при $n\to\infty$. В силу теоремы М. Рисса и (10) получим

$$\underset{n\to\infty}{l.i.m.}\frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}(f)\left\{\overline{\frac{d^s}{d\lambda^s}\frac{r_n(\lambda)}{\overline{z}-\lambda}}\right\}_{\lambda=\lambda_k}=f(z)-\frac{B(z)}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(x)d(x)}{B(x)(x-z)}. \tag{15}$$

Пусть

$$f(x)=\underset{n\to\infty}{l.i.m.}P_n(x),$$

где

$$P_n(x)=\sum_{k=1}^{p_n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}^{(n)}e_{ks}(x).$$

Тогда

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{P_n(x)dx}{B_n(x)(x-z)}=\sum_{k=1}^{p_n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}^{(n)}\frac{s!}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{B_n(x)(x-\bar{\lambda}_k)^{s+1}(x-z)}. \qquad (16)$$

Положим,

$$F_{ksn}(\omega)=\frac{1}{B_n(\omega)(\omega-\bar{\lambda}_k)^{s+1}(\omega-z)}, \quad z\in G^{(+)}.$$

Рациональные функции F_{ksn} не имеют полюсов на действительной оси, аналитичны в нижней полуплоскости $G^{(-)}=\{z:\operatorname{Im}z<0\}$ и $F_{ksn}(\omega)=O(\omega^{-s-2})$ при $|\omega|\to\infty$, $s=0,1,\dots,m_k-1$; $k=1,2,\dots$. Применяя теорему о вычетах, получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F_{ksn}(x)dx=-2\pi i\operatorname{Re}s(F_{ksn},\infty)=0,\ \ k=1,2,\dots;\ s=0,1,\dots,m_k-1,$$

следовательно, сумма в (16) равна нулю. Еще раз учитывая (10) и применив теорему М. Рисса, получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(x)dx}{B(x)(x-z)}=0,$$

т.е. правая часть равенства (15) равна $f(z)$. Теорема доказана.

Следствие 1. Если последовательность конечных линейных комбинаций функций из неполной системы (3)

$$P_n(z)=\sum_{k=1}^{p_n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}^{(n)}e_{ks}(z)$$

сходится к функции f по норме пространства $H_+^p(1<p<\infty)$, то

$$f(z)=\underset{n\to\infty}{l.i.m.}\frac{1}{2\pi i}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}\overline{\left\{\frac{d^s}{d\lambda^s}\frac{r_n(\lambda)}{\bar{z}-\lambda}\right\}}_{\lambda=\lambda_k},$$

где $a_{ks}=\lim\limits_{n\to\infty}a_{ks}^{(n)}$.

Учитывая (i), видим, что для произвольной функции $f\in H_+^p(1<p<\infty)$ равенство (13), вообще говоря, не имеет места. Однако можно утверждать следующее:

Следствие 2. При $1<p<\infty$ пространство H_+^p ортогонально проектируется на подпространство E_p, причем

$$P_{E_p}f(z)=\frac{1}{2\pi i}\underset{n\to\infty}{l.i.m.}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=0}^{m_k-1}a_{ks}(f)\overline{\left\{\frac{d^s}{d\lambda^s}\frac{r_n(\lambda)}{\bar{z}-\lambda}\right\}}_{\lambda=\lambda_k},\ f\in H_+^p. \qquad (17)$$

Доказательство. Пусть $f\in H_+^p(1<p<\infty)$. Так как функция

$$H(z)=\frac{B(z)}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(x)dx}{B(x)(x-z)}$$

входит в класс H_+^p, то

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H(x)\overline{e_{ks}(x)}dx = -H^{(s)}(\lambda_k) = 0, \ k = 1,2,\ldots; \ s = 0,1,\ldots,m_k - 1. \qquad (18)$$

С учетом (15) и (18) для доказательства следствия достаточно убедиться, что функция $H_1(z) = f(z) - H(z)$ – единственная функция из E_p, удовлетворяющая условиям

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f(x) - H_1(x)]\overline{e_{ks}(x)}\, dx = 0, \ k = 1,2,\ldots; \ s = 0,1,\ldots,m_k - 1. \qquad (18')$$

Действительно, пусть $H_2 \in E_p$ и

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f(x) - H_2(x)]\overline{e_{ks}(x)}\, dx = 0, \ k = 1,2,\ldots; \ s = 0,1,\ldots,m_k - 1. \qquad (19)$$

Тогда из (18') и (19) следует, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [H_1(x) - H_2(x)]\overline{e_{ks}(x)}\, dx = 0, \ k = 1,2,\ldots; \ s = 0,1,\ldots,m_k - 1,$$

следовательно,

$$a_{ks}(H_1 - H_2) = 0, \ k = 1,2,\ldots; \ s = 0,1,\ldots,m_k - 1. \qquad (20)$$

Но так как $H_1 - H_2 \in E_p$, то в силу доказанной теоремы

$$H_1(z) - H_2(z) = \frac{1}{2\pi i} \underset{n\to\infty}{l.i.m.} \sum_{k=1}^{n} \sum_{s=0}^{m_k - 1} a_{ks}(H_1 - H_2) \overline{\left\{ \frac{d^s}{d\lambda^s} \frac{r_n(\lambda)}{\overline{z} - \lambda} \right\}}_{\lambda=\lambda_k} \qquad (21)$$

Теперь из (20) и (21) вытекает равенство

$$H_1(z) = H_2(z), \ \ z \in G^{(+)}$$

Следствие доказано.

Кафедра теории функций *Поступила 03.04. 1998*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мусоян В.Х.** Суммирование биортогональных разложений по неполным системам экспонент и рациональных функций. – Изв. АН Арм. ССР, Математика, 1986, т.21, № 2, с. 163-186.
2. **Martirosian M.S., Musoyan V.Kh.** The summation of biorthogonal expansion in non-complete system of rational functions in the spaces $H^p(1 < p < \infty)$. Izvestiya Natsionalnoi Akademui nauk Armenii. Matematika, 1997, v. 32, № 5, pp. 27-38.
3. **Кусис П.** Введение в теорию пространств H^p .М., 1984.
4. **Мартиросян В.М.** Замыкание и базисность некоторых биортогональных систем и решение кратной интерполяционной задачи в угловых областях. – Изв. АН Арм. ССР: Математика, 1978, т.13, № 5-6, с. 490-531.
5. **Гофман К.** Банаховы пространства аналитических функций. М., 1963.
6. **Джрбашян М.М.** Характеристика замкнутых линейных оболочек двух семейств неполных систем аналитических функций. – Мат. сборник, 1981, 114(156), № 1, с. 3-84.
7. **Джрбашян М.М.** Биортогональные системы рациональных функций и наилучшие приближения ядра Коши на вещественной оси. – Мат. сборник, 1974, 95(137), с. 418-444.
8. **Джрбашян М.М.** Базисность некоторых биортогональных систем и решение кратной интерполяционной задачи в классах H^p в полуплоскости. – Изв. АН СССР: серия Математика, 1978, 42, с. 1323-1384.

Մ.Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ԵՐԿՕՐԹՈԳՈՆԱԼ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ԸՍՏ ՌԱՑԻՈՆԱԼ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՈՉ ԼՐԻՎ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ

Ամփոփում

Դիտարկելով ռացիոնալ ֆունկցիաների ոչ լրիվ համակարգ վերին կիսահարթությունում, Վ.Խ. Մուսոյանը H_+^2 տարածությունում (տես[1]) կառուցել է Մ.Մ. Ջրբաշյանի երկօրթոգոնալ վերլուծության [6-8] գումարման մի մեթոդ:

Սույն աշխատանքում հաջողվում է այդ արդյունքը ստանալ բոլոր $H_+^p (1 < p < \infty)$ տարածություններում: