ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2,1996 Естественные науки

Математика

УДК 518.9

Т. А. СИМОНЯН

ОБ УКЛОНЕНИИ ПОЭТАПНО МЕНЯЮЩЕЙСЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ m ЦЕЛЕВЫХ МНОЖЕСТВАХ

Рассматривается поэтапно меняющаяся стохастическая линейная дифференциальная игра уклонения от m целевых множеств в классе стохастических частично-программных стратегий. Второй игрок строит свою стратегию с учетом движения поводыря, построенной при помощи λ - функций. Получена оценка, позволяющая определить величину расстояния фазового состояния системы от поводыря в любой момент времени.

I. *Постановка задачи.* Пусть движение конфликтно - управляемой поэтапно меняющейся системы описывается векторными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_k = A_k(t)x_k + B_k(t)u_k + C_k(t)\mathrm{v}_k \quad (k = 1,\dots,m), \tag{1.1}$$

где $A_k(t)-(n\times n), B_k(t)-(n\times p_k), C_k(t)-(n\times q_k)$ - непрерывные матрицы функции при $t_o \le t \le \theta$ (t_o и θ - заданные моменты времени). Управления u_k и v_k выбираются соответственно из компактных множеств P_k и Q_k:

$$u_k \in P_k \subset R^{p_k}; \mathrm{v}_k \in Q_k \subset R^{q_k} \quad (k = 1,\dots,m). \tag{1.2}$$

Пусть заданы моменты времени $t_o = \vartheta_o < \vartheta_1 < \ldots < \vartheta_m = \theta$. В R^n заданы выпуклые, замкнутые и ограниченные множества M_k $(k = 1,\dots,m)$.

Пусть (t_o, x_o) - исходная позиция системы (1.1), где $x_o = x_1(t_o)$ и Δr есть разбиение полуоси $t_o \le t < \infty, \tau_1^{(r)}, \tau_2^{(r)}, \ldots$ - узлы разбиения, диаметр разбиения будет $\delta_r = \sup\limits_i \left(\tau_{i+1}^{(r)} - \tau_i^{(r)}\right)$.

Предполагается, что при любом r (т. е. разбиений Δr) моменты времени ϑ_k $(k = 1,\dots,m)$ являются узлами разбиения, т. е.

$$\tau_{i_o}^{(r)} = \vartheta_o; \tau_{i_1}^{(r)} = \vartheta_1; \cdots; \tau_{i_m}^{(r)} = \vartheta_m = \theta.$$

Рассмотрим дифференциальную игру уклонения от множеств M_k $(k = 1,\dots,m)$ при условиях (1.1) - (1.2), в которой управления u_k и v_k в любой момент времени являются случайными функциями от элементарных событий $\omega_j = \{\xi_1,\dots,\xi_j\}$ из вероятностного пространства $\left\{\Omega_j, B_j, P_j\right\}$, которое строится по схеме, описанной в [1] (стр. 291).

Рассмотрим полуинтервал

$$[\tau^{(r)}_{i_{k-1}+j-1},\tau^{(r)}_{i_{k-1}+j})\subset[\vartheta_{k-1},\vartheta_k)\quad \left(k=1,\ldots,m, j=1,\ldots,i_k-i_{k-1}+1\right).$$

В [2] определены стохастические частично - программные управления u_k и v_k. Определим случайное движение на к - ом этапе

$$x_k\left[\vartheta_{k-1}[\cdot]\vartheta_k;\cdot;x_k^{(i_{k-1})}\left[\tau^{(r)}_{i_{k-1}}\right]\right]=x_k\left[\cdot;\vartheta_{k-1},x_{k-1}^{(i_{k-1})}\left[\tau^{(r)}_{i_{k-1}}\right],u_k(\cdot),\mathrm{v}_k(\cdot)\right]=$$

$$=\left\{x_k\left(t,\varpi_{i_k}\right)=x_k[\cdot;\vartheta_{k-1},x_k^{(i_{k-1})}\left[\tau^{(r)}_{i_{k-1}}\right],u_k(\cdot),\mathrm{v}_k(\cdot),\vartheta_{k-1}\le\tau^{(r)}_{i_{k-1}+j-1}\le\right. \tag{1.3}$$

$$\left.\le t<\tau^{(r)}_{i_{k-1}+j}<\vartheta_k,\quad j=1,\ldots,i_k-i_{k-1}+1,\varpi_{i_k}\in\Omega_{i_k}\right\}$$

как случайное решение стохастического уравнения

$$\dot{x}_k=A_k(t)x_k+B_k(t)u_k\left(t,\varpi_{i_k}\right)+C_k(t)\mathrm{v}_k\left(t,\varpi_{i_k}\right) \tag{1.4}$$

при частично - программных управлениях $u_k(\cdot),\mathrm{v}_k(\cdot)$ и начальной позиции $\left(\tau_{i_{k-1}+j-1},x_k^{(i_{k-1}+j-1)}\left[\tau_{i_{k-1}+j-1}\right]\right)$.

При всяком выборе $u_k(\cdot)$ и $\mathrm{v}_k(\cdot)$ случайное движение $x_k\left[\vartheta_{k-1}[\cdot]\right.$ $\left.\vartheta_k;\cdot;x_{k-1}^{(i_{k-1})}\left[\tau^{(r)}_{i_{k-1}}\right]\right]$ оказывается неупреждающей функцией ([1], стр. 294).

Наряду с движением исходной системы (1.1) рассмотрим движение точки (поводырь) $w_k(t)$, которое формируется так, чтобы в процессе игры учитывалось их поведение. Динамика поводыря определяется следующим уравнением:

$$\dot{w}_k=A_k(t)w_k+B_k(t)u_k+C_k(t)\mathrm{v}_k. \tag{1.5}$$

Построим функцию Ляпунова и определим управляющее воздействие второго игрока, обеспечивающее соответствующие уклонения.

Пусть выполнены следующие условия.

Условие 1.1. При всех $t,t_k,\ldots,t_{j-1},\tau$ и $l_j\left(t_0\le t\le t_k\le\ldots\le t_{j-1}\le\tau\le\vartheta_m\right)$ функции

$$\chi_{k,j}\left(t,t_k,\ldots,t_{j-1},\tau,l_j\right)=$$

$$=-\left[\sum_{i=k}^{j}\int_t^{\tau}\min_{u_i\in P_i}l_j'\overline{\overline{X}}_j\left(\tau,t_{j-1}\right)\ldots\overline{X}_{i+1}\left(t_{i+1},t_i\right)\overline{\overline{X}}_i\left(t_i,\xi\right)B_i(\xi)u_i d\xi+\right. \tag{1.6}$$

$$\left.+\sum_{i=k}^{j}\int_t^{\tau}\max_{\mathrm{v}_i\in Q_i}l_j'\overline{X}_j\left(\tau,t_{j-1}\right)\ldots\overline{X}_{i+1}\left(t_{i+1},t_i\right)\overline{\overline{X}}_i\left(t_i,\xi\right)C_i(\xi)d\xi+\min_{-p_j\in M_j(\tau)}l_j'P_j\right],$$

$$1\le k\le j\le m,$$

выпуклы по l_j. Здесь матрицы $\overline{X}_i\left(t_{i+1},t_i\right)$и $\overline{\overline{X}}_i\left(t_{i+1},t_i\right)$ определяются следующим образом [3]:

$$\overline{X}_j\left(\vartheta_j,t\right)=\begin{cases}X_j(\vartheta_j,\vartheta_{j-1}) & \text{при } t\le\vartheta_{j-1},\\ X_j\left(\vartheta_j,t\right) & \text{при } \vartheta_{j-1}\le t\le\vartheta_j,\\ E & \text{при } t\ge\vartheta_j;\end{cases}$$

$$\overline{\overline{X}}_j(\vartheta_j,t)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad t<\vartheta_{j-1},\\ X_j(\vartheta_j,t) & \text{при} \quad \vartheta_{j-1}\le t\le\vartheta_j,\\ 0 & \text{при} \quad t>\vartheta_j,\end{cases}$$

где $X_j(t,t_*)$ - фундаментальная матрица системы $\dot{w}_j = A_j(t)w_j$.

Условие 1.2. Для всякого вектора $u_j \in \widetilde{P}_j = co\{P_j\}$ найдется вектор $v_j \in \widetilde{Q}_j = co\{Q_j\}$ такой, что для всех $l \in R^n, t \in [t_0, \vartheta_m]$ будет справедливо неравенство

$$l'\left[B_j(t)u_j + C_j(t)v_j(u_j)\right] \ge \min_{u_j\in P_j} l'B_j(t)u_j + \max_{v_j\in Q_j} l'C_j(t)v_j, \quad (j=1,\dots,m) \qquad (1.7)$$

Построим следующие функции Ляпунова:

$$\lambda_k(t,w,t_k,\dots,t_{m-1}) = \int_t^{\vartheta_k-\mu} \frac{d\tau_k}{\varepsilon_{k,k}^{(0)}(t,w,\tau_k)} + \sum_{j=k+1}^{m}\int_t^{t_j} \frac{d\tau_j}{\varepsilon_{k,j}^{(0)}(t,w,t_k,\dots,t_{j-1},\tau_j)},$$

если $t \in [t_{k-1}, \vartheta_k - \mu]$,

и (1.8)

$$\lambda'_k(t,w,t_k,\dots,t_{m-1}) = \sum_{j=k+1}^{m}\int_t^{t_j} \frac{d\tau_j}{\varepsilon_{k,j}^{(0)}(t,w,t_k,\dots,t_{j-1},\tau_j)},$$

если $\vartheta_k - \mu \le t \le t_k; k=1,\dots,m; \vartheta_m = t_m$.

Здесь функции $\varepsilon_{k,j}^{(0)}(t,w,t_k,\dots,t_{j-1},\tau_j)$ определяются выражением

$$\begin{aligned}\varepsilon_{k,j}^{(0)}(t,w,t_k,\cdots,t_{j-1},\tau_j) = \max_{\|l_j\|\le 1}\Big[l'_j\overline{X}_j(\tau_j,t_{j-1})\cdots\overline{X}_{k+1}(t_{k+1},t_k)\overline{X}_k(t_k,t)w -\\ -\chi_{k,j}(t,t_k,\cdots,t_{j-1},\tau_j,l_j)\Big].\end{aligned} \qquad (1.9)$$

Следует отметить, что единственность вектора $l_j^{(0)}$, максимизирующего (1.9), следует из условия 1.1; $\mu > 0$ - сколь угодно малое число.

Области G_k и G'_k определения функций $\lambda_k(t,w,t_k,\dots,t_{m-1})$ и $\lambda'_k(t,w,t_k,\dots,t_{m-1})$ следующие:

$$\min_{\tau_j} \varepsilon_{k,j}^{(0)}(t,w,t_k,\dots,t_{j-1},\tau_j) > 0, \quad t_{k-1} \le t \le \vartheta_k - \mu \qquad (1.10)$$

для всех $j=k, \dots, m$

и

$$\min_{\tau_j} \varepsilon_{k,j}^{(0)}(t,w,t_k,\dots,t_{j-1},\tau_j) > 0, \quad \vartheta_k - \mu \le t \le t_k \qquad (1.11)$$

для всех $j=k+1, \dots, m$.

Области G_k и G'_k открыты, и при стремлении точки {t,w} к границам этих областей функции $\lambda_k(\cdot)$ и $\lambda'_k(\cdot)$ (1.8) неограниченно возрастают.

Таким образом, если нам удастся выбором стратегии второго игрока не допустить возрастания функций $\lambda_k(\cdot)$ и $\lambda'_k(\cdot)$ на движениях рассматриваемой системы, то тем самым будет обеспечено уклонение позиции $(t, w[\cdot])$ от соответствующих множеств до моментов $\vartheta_k - \mu$ включительно.

Определим стратегию второго игрока из следующего условия:

$$\left\{\int_t^{\vartheta_k-\mu}\left[\varepsilon_{k,k}^{(o)}(t,w,\tau_k)\right]^{-2} l_k^{(o)'}\overline{\overline{X}}_k(\tau_k;t)d\tau_k + \sum_{j=k+1}^{m}\int_t^{t_j}\left[\varepsilon_{k,j}^{(o)}(t,w,t_k,\ldots,t_{j-1},\tau_j)\right]^{-2}\times\right.$$

$$\left.\times\left(l_j^{(o)'}\overline{X}_k(\tau_j,t_{j-1})\ldots\overline{X}_{k+1}(t_{k+1},t_k)\overline{\overline{X}}_k(t_k,t)\right)d\tau_j\right\}C_k(t)V_{ke}[t,x]=$$

$$=\max_{v_k\in Q_k}\left\{\left[\int_t^{\vartheta_k-\mu}\left[\varepsilon_{k,k}^{(o)}(t,w,\tau_k)\right]^{-2} l_k^{(o)'}\overline{\overline{X}}_k(\tau_k,t)d\tau_k + \sum_{j=k+1}^{m}\int_t^{t_j}\left[\varepsilon_{k,j}^{(o)}(t,w,t_k,\ldots,\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.t_{j-1},\tau_j)\right]^{-2}\left(l_j^{(o)'}\overline{X}_j(\tau_j,t_{j-1})\ldots\overline{X}_{k+1}(t_{k+1},t_k)\overline{\overline{X}}_k(t_k,t)\right)d\tau_j\right]C_k(t)v_k\right\}$$

при $t_{k-1} \le t \le \vartheta_k - \mu$ и (1.12)

$$\left\{\sum_{j=k+1}^{m}\int_t^{t_j}\left[\varepsilon_{k,j}^{(o)}(t,w,t_k,\ldots,t_{j-1},\tau_j)\right]^{-2}\left(l_j^{(o)'}\overline{X}_j(\tau_j,t_{j-1})\ldots\overline{X}_{k+1}(t_{k+1},t_k)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\overline{\overline{X}}_k(t_k,t)\right)d\tau_j\right\}C_k(t)V_{kl}[t,w]=\max_{v_k\in Q_k}\left\{\left[\sum_{j=k+1}^{m}\int_t^{t_j}\left[\varepsilon_{k,j}^{(o)}(t,w,t_k,\ldots,t_{j-1}\tau_j)\right]^{-2}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(l_j^{(o)'}\overline{X}_j(\tau_j,t_{j-1})\ldots\overline{X}_{k+1}(t_{k+1},t_k)\overline{\overline{X}}_k(t_k,t)\right)d\tau_j\right]C_k(t)v_k\right\}$$

при $\vartheta_k < t \le t_k$, а при $\{t,w\}\overline{\in} G_k \cup G'_k$ полагаем $\{V_{ke}[t,w]\} = Q_k \quad (k=1,\ldots,m)$. Доказано в [3], что при выполнении условий 1.1 и 1.2 кусочно - позиционные стратегии $V_c : \{V_{ke}(t,w)\}$ второго игрока, определяемые из (1.12) с соответствующими переключениями, обеспечат уклонения всех движениii $w[t,t_o,t_1^*,\ldots,t_{m-1}^*,w_o,V_l]$ от попадания их на множества M_k до моментов $\vartheta_k^* - \mu \quad (k=1,\ldots m)$, если только $(t_o, w_o) \in G_1$.

Так как целью второго игрока является получение гарантированного результата, обеспечивающего соответствующие уклонения от целевых множеств $M_1,\ldots,M_m$ при самом упорном сопротивлении первого игрока, то он же прицеливает движение на построенный поводырь. Таким образом, пучок абсолютно-непрерывных функций, который является поводырем, будет решением

$$\dot{w}_k(t) = A_k(t)w_k + B_k(t)u_k[t] + C_k(t)\tilde{v}_k, \quad \left(w_k^o = w_k(t_o)\right),$$

где $u_k[t]$ - любое допустимое управление, а $\tilde{v}_k \in Q_k$ определяется из (1.12).

2. *Оценка*. Пусть $t_* \in [t_o, \theta]$, $x_k(t_*) = x_k^*$ есть позиция, которую занимает система при $t = t_*$ (назовем истинным положением системы).

Предполагается также, что второй игрок не может точно определить положение системы x_k^*; измеренное с ошибкой положение обозначим через x_k^*. Условия прицеливания второго игрока на поводырь при самом упорном сопротивлении первого игрока будут

$$\left(w_k^* - x_k^*\right)' B_k(t_*)u_k^* = \min_{u_k \in P_k}\left(w_k^* - x_k^*\right)' B_k(t_*)u_k, \tag{2.1}$$

$$\left(w_k^* - x_k^*\right)' C_k(t_*)v_k^* = \max_{v_k \in Q_k}\left(w_k^* - \hat{x}_k^*\right)' C_k(t_*)v_k, \tag{2.2}$$

где w_k^* есть самое близкое положение точки x_k^*. При этой постановке конкретное движение поводыря определяется из уравнения

$$\dot{w}_k(t) = A_k(t)w_k(t) + B_k(t)u_k^* + C_k(t)\tilde{v}_k \left(w_k^* = w_k(t_*)\right), \tag{2.3}$$

а движение точки определяется уравнением

$$\dot{x}_k[t] = A_k(t)x_k[t] + B_k(t)u_k(t) + C_k(t)v_k^*, \tag{2.4}$$

где $u_k(t)$ - любое допустимое управление.

Построенное движение в виде ломаных Эйлера $(t, x_k[t])$ даже при $x_k^* = w_k^*$ может выйти из пучка, построенного поводырем, следовательно, целесообразно иметь мажорирующую оценку движения $(t, x_k[t])$ от пучка поводыря в любой момент времени $t \in [t_o, \theta]$.

Рассмотрим полуинтервал $[t_o, \vartheta_1)$.

Обозначим через

$$\rho(t) = \|w_1(t) - x_1[t]\| \quad t \in [t_o, \vartheta_1], \tag{2.5}$$

евклидову норму вектора $w_1(t) - x_1[t]$. В момент времени $t = t_o$ $\rho(t_o) = \|w_1(t_o) - x_1[t_o]\| = \|w_1^o - x_1^o\|$. Тогда имеем

$$\begin{gathered}
\frac{d\rho^2(t)}{dt} = 2\left[w_1(t) - x_1[t]\right]'\left[\dot{w}_1(t) - \dot{x}_1[t] = 2\left[w_1(t) - x_1[t]\right]'\right] \times \\
\left[A_1(t)w_1(t) + B_1(t)u_1^* + C_1(t)\tilde{v}_1 - A_1(t)x_1[t] - B_1(t)u_1 - C_1(t)v_1^*\right] \le \\
\le 2\|A_1(t)\|\rho^2(t) + 2\left[\left(w_1^o - x_1^o + \psi(t - t_o)\right)\right]'\left\{B_1(t_o)u_1^* + C_1(t_o)\tilde{v}_1 - \right. \\
\left. - B_1(t_o)u_1 - C_1(t_o)v_1^* + \psi_1(t - t_o)\right\};
\end{gathered} \tag{2.6}$$

предполагается, что $t-t_o$ - малая величина, причем $\psi \to 0, \psi_1 \to 0$ при $t \to t_o$ [4].

Оценим величину $\left(w_1^o - x_1^o\right)'\left[B_1(t_o)u_1^* + C_1(t_o)\tilde{v}_1 - B_1(t_o)u_1 - C_1(t_o)v_1^*\right]$. Из условия (2.1) следует, что $\left(w_1^o - x_1^o\right)'\left[B_1(t_o)(u_1^* - u_1)\right] \le 0$. Следовательно, необходимо оценить величину

$$\left(w_1^o - x_1^o\right)'\left[C_1(t_o)\left(\tilde{v}_1 - v_1^*\right)\right] = \left(w_1^o - \hat{x}_1^o\right)'\left[C_1(t_o)\left(\tilde{v}_1 - v_1^*\right)\right] +$$
$$\left(\hat{x}_1^o - x_1^o\right)\left[C_1(t_o)\left(\tilde{v}_1 - v_1^*\right)\right] \le \left(\hat{x}_1^o - x_1^o\right)' C_1(t_o)\left(\tilde{v}_1 - v_1^*\right) \le \tag{2.7}$$
$$\le \left\|\hat{x}_1^o - x_1^o\right\| C_1 d_1,$$

где d_1 зависит от множества Q_1; $\left(d_1 = \max\limits_{v_1^{(1)}, v_1^{(2)} \in Q_1} \rho\left(v_1^{(1)}, v_2^{(2)}\right)\right)$.

Таким образом, из (2.6) и (2.7) получим

$$\frac{d\rho^2(t)}{dt} \le 2\nu_1\rho^2(t) + \overline{\varphi}_1(t-t_o) + \left\|\hat{x}_1^o - x_1^o\right\| C_1 d_1, \tag{2.8}$$

где $\overline{\varphi}_1(t-t_o) \to 0$ при $t \to t_o$, $\left\|C_1(t)\right\| \le C_1, \left\|A_1(t)\right\| \le \nu_1, \left\|\tilde{v}_1 - v_1^*\right\| \le d_1$. Интегрируя неравенство (2.8), получим

$$\rho^2(t) \le \rho^2(t_o)e^{2\nu_1(t-t_o)} + e^{2\nu_1 t}\int_{t_o}^{t} e^{-2\nu_1\tau}\varphi_1(\tau - t_o)d\tau +$$
$$+ C_1 d_1 e^{2\nu_1 t}\int_{t_o}^{t} e^{-2\nu_1\tau}\left\|\hat{x}_1^o - x_1^o\right\| d\tau. \tag{2.9}$$

Обозначим $\varphi_1(t-t_o) = \max\limits_{\tau \in [t_o, t]} \overline{\varphi}(\tau - t_o)$, тогда из (2.9) имеем

$$\rho^2(t) \le \rho^2(t_o)e^{2\nu_1(t-t_o)} + \frac{\varphi_1(t-t_o)}{2\nu_1}\left(e^{2\nu_1(t-t_o)} - 1\right) +$$
$$\frac{\left\|\hat{x}_1^o - x_1^o\right\|}{2\nu_1} C_1 d_1\left(e^{2\nu_1(t-t_o)} - 1\right). \tag{2.10}$$

Следовательно, для полуинтервала $\left[t_o, \vartheta_1\right]$ получим

$$\rho^2(\vartheta_1) \le \rho^2(t_o)e^{2\nu_1\sum\limits_{i=1}^{k+1}\delta_i^{(1)}} + \frac{1}{2\nu_1}\left[\varphi\left(\delta_1^{(1)}\right) + C_1 d\varepsilon_1\right]\left(e^{2\nu_1\sum\limits_{i=1}^{k+1}\delta_i^{(1)}} - e^{2\nu_1\sum\limits_{i=2}^{k+1}\delta_i^{(1)}}\right) +$$
$$+ \frac{1}{2\nu_1}\sum_{i=2}^{k+1}\left[\varphi\left(\delta_j^{(1)}\right) + C_1 d_1\varepsilon_j^{(1)}\right]\left(e^{2\nu_1\sum\limits_{i=j}^{k+1}\delta_i^{(1)}} - 1\right), \tag{2.11}$$

где $\delta_i^{(1)} = \tau_i^{(1)} - \tau_{i-1}^{(1)}, \left\| \hat{x}\left(t_o + \sum_{i=1}^{j-1} \delta_i^{(1)}\right) - x\left(t_o + \sum_{i=1}^{j-1} \delta_i^{(1)}\right) \right\| \le \varepsilon_j^{(1)}.$

Рассмотрим полуинтервал $[\vartheta_1, \vartheta_2)$. Проведя те же рассуждения, что и для полуинтервала $[t_o \vartheta_1)$, получим

$$\rho^2(\vartheta_2) \le \rho^2(\vartheta_1) e^{2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}} + \frac{1}{2\nu_2}\left[\varphi\left(\delta_2^{(2)}\right) + C_2 d_2 \varepsilon_2\right]\left(e^{2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}} -\right.$$

$$\left. - e^{2\nu_2 \sum_{i=i_1+2}^{i_2} \delta_i^{(2)}}\right) + \frac{1}{2\nu_2} \sum_{j=i_1+2}^{i_2} \left[\varphi\left(\delta_j^{(2)}\right) + C_2 d_2 \varepsilon_j^{(2)}\right]\left(e^{2\nu_2 \sum_{i=j}^{i_2} \delta_i^{(2)}} - 1\right) \le$$

$$\le \rho^2(t_o) e^{2\nu_1 \sum_{i=1}^{i_1} \delta_i^{(1)} + 2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}} + \frac{1}{2\nu_1}\left[\varphi\left(\delta_1^{(1)}\right) + C_1 d_1 \varepsilon_1\right]\left(e^{2\nu_1 \sum_{i=1}^{i_1} \delta_i^{(1)} + 2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}} -\right.$$

$$\left. - e^{2\nu_1 \sum_{i=2}^{i_1} \delta_i^{(1)} + 2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}}\right) + \frac{1}{2\nu_1} \sum_{j=2}^{i_1} \left[\varphi\left(\delta_j^{(1)}\right) + C_1 d_1 \varepsilon_j^{(1)}\right]\left(e^{2\nu_1 \sum_{i=j}^{i_1} \delta_i^{(1)} + 2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}} -\right. \tag{2.12}$$

$$\left. - e^{2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}}\right) + \frac{1}{2\nu_2}\left[\varphi\left(\delta_2^{(2)}\right) + C_2 d_2 \varepsilon_2^{(2)}\right]\left(e^{2\nu_2 \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}} - e^{2\nu_2 \sum_{i=i_1+2}^{i_2} \delta_i^{(2)}}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2\nu_2} \sum_{j=i_1+2}^{i_2} \left[\varphi\left(\delta_j^{(2)}\right) + C_2 d_2 \varepsilon_j^{(2)}\right]\left(e^{2\nu_2 \sum_{i=j}^{i_2} \delta_i^{(2)}} - 1\right),$$

где $\delta_i^{(2)} = \tau_i^{(2)} - \tau_{i-1}^{(2)}, \left\| \hat{x}\left(t_o + \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}\right) - x\left(t_o + \sum_{i=i_1+1}^{i_2} \delta_i^{(2)}\right) \right\| \le \varepsilon_j^{(2)}.$

Продолжая эту итерацию, в итоге получим следующую оценку:

$$\rho^2(\vartheta_k) \le \rho^2(t_o) e^{2\sum_{k=1}^{m} \sum_{i=i_{k-1}+1}^{i_k} \nu_k \delta_i^{(k)}} + \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=i_{k-1}+1}^{i_k} \frac{1}{2\nu_k}\left[\varphi\left(\delta_k^{(k)}\right) + C_k d_k \varepsilon_k^{(k)}\right] \times$$

$$\times \left(e^{\sum_{k=1}^{m} \sum_{i=i_{k-1}+1}^{i_k} 2\nu_k \delta_i^{(k)}} - e^{\sum_{k=1}^{m} \sum_{i=i_{k-1}+2}^{i_k} 2\nu_k \delta_i^{(k)}}\right) + \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=i_{k-1}+2}^{i_k} \frac{1}{2\nu_k}\left[\varphi\left(\delta_j^{(k)}\right) +\right. \tag{2.13}$$

$$\left. + C_k d_k \varepsilon_j^{(k)}\right]\left(e^{2\nu_k \sum_{i=j}^{i_k} \delta_i^{(k)}} - 1\right).$$

Полученное неравенство (2.13) позволяет оценить математическое ожидание, дисперсию и другие отклонения системы от поводыря, следовательно, и от соответствующих целевых множеств.

Кафедра теоретической механики *Поступила 28.11.1995*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Красовский Н. Н.** Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
2. **Габриелян М. С., Барсегян В. Р.** Стохастический программный синтез для поэтапно меняющихся линейных систем. - Уч. записки ЕГУ, 1994, №2.
3. **Габриелян М. С.** Дифференциальные игры при * целевых множествах. - Автореферат дис. на соискание уч. степени доктора физ. - мат. наук, Ер., изд-во ЕГУ, 1986.
4. **Габриелян М. С., Барсегян В. Р., Симонян Т.А.** Об уклонении стохастической линейной системы при m целевых множествах. - Уч. записки ЕГУ (в печати).

Թ. Ա. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

m ՆՊԱՏԱԿԱՅԻՆ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻՑ ԷՏԱՊ ԱՌ ԷՏԱՊ ՓՈՓՈԽՎՈՂ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՇԵՂՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկված է մասնակի-ծրագրային ստրատեգիաների դասում շատ նպատակային բազմություններից շեղման էտապ առ էտապ փոփոխվող ստոխաստիկ գծային դիֆերենցիալ խաղ: Խաղի ընթացքում երկրորդ խաղացողը կառուցում է իր ստրատեգիան λ -ֆունկցիայի օգնությամբ: Ստացված է ժամանակի ցանկացած պահի համար ուղղորդիչ համակարգի ֆազային վիճակի հեռավորության գնահատականը: