

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ  
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ  
СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

Материалы V международной конференции  
02-07 октября 2017, Цахкадзор, Армения

ЕРЕВАН – 2017

УДК 531/534:06  
ББК 22.25  
А 437

**Институт механики НАН РА  
Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН  
Национальный комитет по теоретической и прикладной механике Армении  
Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике  
Национальный университет архитектуры и строительства Армении**

Сопредседатели: д.ф.-м.н. В.Н. Акопян (Армения)  
д.ф.-м.н. А.В. Манжиров (Россия)  
д.ф.-м.н. А.А. Гукасян (Армения)

Зам. председателя: д.ф.-м.н. А.В.Саакян (Армения), д.ф.-м.н. М.А.Сумбатьян (Россия)

Ученые секретари: к.ф.-м.н. Л.Л.Даштоян (Армения), к.ф.-м.н. Е.В.Мурашкин (Россия)

Ответственный редактор: д.ф.-м.н. В.Н. Акопян

Технический редактор: к.ф.-м.н. Г.З.Геворкян

Редактор: Ж.А.Авдалян

А 437      Актуальные проблемы механики сплошной среды. Материалы V  
международной конференции 02-07 октября 2017, Цахкадзор,  
Армения.- Ер.: НУАСА, 2017.- ... с.

В сборник включены доклады, представленные на V-ую международную конференцию «Актуальные проблемы механики сплошной среды», включающую специальную сессию, посвященную 60-летию юбилею иностранного члена НАН РА, профессора А.В.Манжирова.

УДК 531/534:06  
ББК 22.25

ISBN 978-9939-63-285-8

© ИМ НАН РА, 2017  
© ИПМех РАН, 2017  
© NUACA, 2017

# ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ СДВИГА НА ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ТРЕЩИНЕ В СОСТАВНОМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Джилавян С.А., Саргсян А.С.

**Аннотация.** Исследуется распространение электроупругой поверхностной волны сдвига в пространстве, состоящем из пьезоэлектрических полупространств. Между двумя полупространствами существует полубесконечная трещина, а на остальной части контактной плоскости имеют место условия полного электромеханического контакта. Задача дифракции распространяющейся волны сводится к решению функционального уравнения типа Римана на действительной оси, которое решается методом факторизации. Дифракция поверхностной электроупругой сдвиговой волны на полубесконечной трещине приводит к распространению локализованных волн, обусловленных пьезоэффектом и наличием полубесконечной трещины.

Рассматривается задача дифракции поверхностной сдвиговой волны в составной среде, обладающей свойством пьезоэффекта. Электроупругое пространство состоит из двух пьезоэлектрических полупространств – пьезоэлектриков гексагональной симметрии класса  $6mm$  с совпадающей с осью  $Oz$  главной осью кристалла, и отнесено к прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$ , при этом,  $c_1, e_1, \varepsilon_1, \rho_1$  – упругая, пьезоэлектрическая, диэлектрическая постоянные и плотность среды, занимающей полупространство  $y > 0$ ;  $c_2, e_2, \varepsilon_2, \rho_2$  – соответствующие характеристики пьезоэлектрического полупространства  $y < 0$ . В плоскости  $Oxz$  при  $x < 0$  пьезоэлектрические полупространства взаимодействуют между собой без акустического контакта. В этой же плоскости контакта при  $x > 0$  между полупространствами осуществляется электромеханический полный контакт, т.е. принимается, что рассматриваемая составная среда имеет полубесконечную трещину в плоскости  $Oxz$  при  $x < 0$ .

Из бесконечности ( $x < 0$ ) по направлению оси  $Ox$  распространяется электроупругая поверхностная волна сдвига, обусловленная наличием пьезоэффекта в полупространствах [1,2]. Пьезоэлектрическая среда находится в условиях антиплоской деформации, учитывается гармоническая зависимость от времени всех составляющих волнового поля (временной множитель  $e^{-i\omega t}$ ,  $\omega$  – частота колебаний,  $t$  – параметр времени).

Амплитудные составляющие перемещений и электрических потенциалов волны, распространяющейся из бесконечности, имеют вид:

$$\begin{aligned}
 w_{1\infty}(x, y) &= e^{i\sigma_* x} e^{-\sqrt{\sigma_*^2 - k_1^2} y}, \\
 \Phi_{1\infty}(x, y) &= \frac{e_1}{\varepsilon_1} w_{1\infty}(x, y) - \frac{e_1}{\varepsilon_1} D e^{i\sigma_* x} e^{-\sigma_* y}, \quad y > 0 \\
 w_{2\infty}(x, y) &= \frac{e_1}{e_2} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - D \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) e^{i\sigma_* x} e^{\sqrt{\sigma_*^2 - k_2^2} y}, \\
 \Phi_{2\infty}(x, y) &= \frac{e_2}{\varepsilon_2} w_{2\infty}(x, y) + \frac{e_2}{\varepsilon_2} D e^{i\sigma_* x} e^{\sigma_* y}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В этих соотношениях  $\sigma_* > k_n$  – волновое число поверхностной волны, при этом,

$$\frac{\chi_1}{1 + \chi_1} \frac{\sigma_*}{\sqrt{\sigma_*^2 - k_1^2}} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\chi_2}{1 + \chi_2} \frac{\sigma_*}{\sqrt{\sigma_*^2 - k_2^2}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_2}, \quad D = \frac{1 + \chi_1}{\chi_1} \frac{\sqrt{\sigma_*^2 - k_1^2}}{\sigma_*},$$

$$k_n = \omega/v_n, \quad v_n = \sqrt{c_n(1 + \chi_n)/\rho_n}, \quad \chi_n = e_n^2/\varepsilon_n c_n, \quad n = 1, 2.$$

Рассматривается обусловленная наличием полубесконечной трещины, дифракция сдвиговой электроупругой волны (1) в составном пространстве. Задача заключается в определении электроупругого волнового поля в полупространствах. Конструктивная неоднородность среды приводит к существенной перестройке дифрагированных волновых полей, и полубесконечная трещина является причиной возбуждения двух локализованных волн и проявления некоторых новых особенностей при дифракции волн сдвига. Для определения амплитудных функций пе-

ремещений  $w_1(x, y), w_2(x, y)$  и электрических потенциалов  $\Phi_1(x, y), \Phi_2(x, y)$  в полупространствах имеем следующие уравнения [1,2,3]:

$$\begin{aligned} \Delta w_1 + k_1^2 w_1 = 0, \quad \varepsilon_1 \Delta \Phi_1 + e_1 k_1^2 w_1 = 0, \quad y > 0, \\ \Delta w_2 + k_2^2 w_2 = 0, \quad \varepsilon_2 \Delta \Phi_2 + e_2 k_2^2 w_2 = 0, \quad y < 0, \end{aligned} \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Решения уравнений (2) должны удовлетворять условиям безакустического контакта при  $x < 0$  и условиям полного контакта при  $x > 0$ . Для характеристических функций электрического поля – амплитуд электрических потенциалов и составляющих векторов электрических индукций, имеют место условия непрерывности при  $y = 0$ .

Для амплитуд напряжений и перемещений условия на контактной плоскости представляются в виде

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x, +0) = \sigma_{yz}^{(2)}(x, -0) = q_+(x), \quad w_1(x, +0) - w_2(x, -0) = \psi_-(x) \quad \text{при } y = 0,$$

где  $q_+(x) = 0$  при  $x < 0$ ,  $\psi_-(x) = 0$  при  $x > 0$ .  $q_+(x)$  – напряжение при  $y = 0$ ,  $\psi_-(x)$  представляет разницу перемещений на  $y = \pm 0$ .

Задача решается методом интегрального преобразования Фурье, используя методы факторизации и теории функций комплексного переменного, метод, разработанный в [4], и сводится к решению функционального уравнения типа Римана на действительной оси [2,3,5].

Рассматривая дифрагированное волновое поле в составном полупространстве  $x < 0$ , находим, что возбуждается поверхностная–локализованная у граничной поверхности  $y = 0$  волна, распространяющаяся со скоростью падающей волны. В составном полупространстве  $x > 0$ , кроме дифрагированных объёмных электроупругих волн, распространяются, если только среда допускает такое распространение (получены условия), локализованные у контактной плоскости между пьезоэлектрическими полупространствами, сдвиговые поверхностные (интерфейсные) волны, обусловленные пьезоэффектом и дифракцией падающей электроупругой волны сдвига.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Балакирев М.К., Гишинский И.А. Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 242с.
2. Григорян Э.Х., Джилаван С.А. Дифракция плоской сдвиговой волны на полубесконечной трещине в пьезоэлектрическом пространстве.// Изв. НАН Армении. Механика. 2005. Т.58. №1. С. 38-50.
3. Джилаван С.А., Казарян А.А. Дифракция плоской сдвиговой волны в пьезоэлектрическом полупространстве при полубесконечном металлическом слое в диэлектрике. //Изв. НАН Армении. Механика. 2015. Т.68. № 1. С.45-57.
4. Григорян Э.Х. Передача нагрузки от кусочно-однородной бесконечной накладке к упругой полуплоскости. // Ученые записки ЕГУ. 1979. № 3. С.29-34.
5. Агаян К.Л., Григорян Э.Х. Дифракция сдвиговой плоской электроупругой волны на полубесконечном электроде в пьезоэлектрическом пространстве с щелью.// Изв. НАН Армении. Механика. 2010. Т.63. № 1. С.50-69.

### Сведения об авторах:

**Джилаван Самвел Акопович** – кандидат физ.-мат. наук, доцент, кафедра механики ЕГУ.

**E-mail:** [samjilavyan@ysu.am](mailto:samjilavyan@ysu.am). **Тел.:** (+374 91) 50-07-70.

**Саргсян Арсен Сурикович** – аспирант, кафедра механики ЕГУ.

**E-mail:** [arsensargsyan777@gmail.com](mailto:arsensargsyan777@gmail.com). **Тел.:** (+374 77) 12-43-10.