

В. С. АРУТЮНЯН

ДИФРАКЦИЯ СФЕРИЧЕСКИХ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН В ДВУХКРИСТАЛЬНОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ. I. РОТАЦИОННЫЙ МУАР

Рассмотрена задача дифракции падающей сферической рентгеновской волны в двухкристальном интерферометре с узким воздушным зазором для асимметричного случая Лауэ при наличии малого взаимного поворота блоков.

Интерференционные эффекты рентгеновских лучей, обусловленные наличием узкой недифрагирующей зоны (зазора) в двухкристальном интерферометре, исследованы в работах [1—3]. В работе [4] исследована тонкая структура рентгеновских муаровых картин, получающихся от различных интерференционных систем в симметричном случае Лауэ. Показано, что угол наклона полос тонкой структуры строго зависит от величины локальных решеточных поворотов.

В данной работе в рамках сферической волновой теории Като [5] рассматривается задача дифракции падающей сферической рентгеновской волны в двухкристальном интерферометре с узким воздушным зазором для асимметричного случая Лауэ при наличии малого взаимного поворота блоков $\varepsilon \approx 0,01'' \div 1''$. Исследуется также зависимость формы интерференционных полос от асимметричности отражения. Предполагается, что в обоих кристаллах имеет место бормановское прохождение рентгеновских лучей. Предполагается также, что все входные и выходные поверхности кристаллов параллельны. Геометрия дифракции в реальном пространстве приведена на рис. 1. Начало прямоугольной системы координат xyz лежит на входной поверхности кристалла А. Направление оси Oz совпадает с направлением падения рентгеновских волн под точным углом Брэгга в кинематической теории, ось Oy перпендикулярна к плоскости падения. Двухмерная прямоугольная система координат $x_1O_1y_1$ лежит на выходной поверхности кристалла В. Начало координат O_1 находится в центре этой поверхности. Ось O_1y_1 лежит на отражающей плоскости.

Предполагается, что малый поворот второго кристалла относительно первого имеет место вокруг оси CO_1 , перпендикулярной к поверхностям блоков.

В работе [6] нами решена задача дифракции падающей сферической рентгеновской волны в двухкристальном интерферометре с узким воздушным зазором для асимметричного случая Лауэ, когда в одном из блоков интерферометра имеет место малое относительное изменение межплоскостного расстояния отражающих плоскостей, и получено следующее выражение для распределения интенсивности волн, дифрагированных в направлении первого отражения, на выходной поверхности блока В:

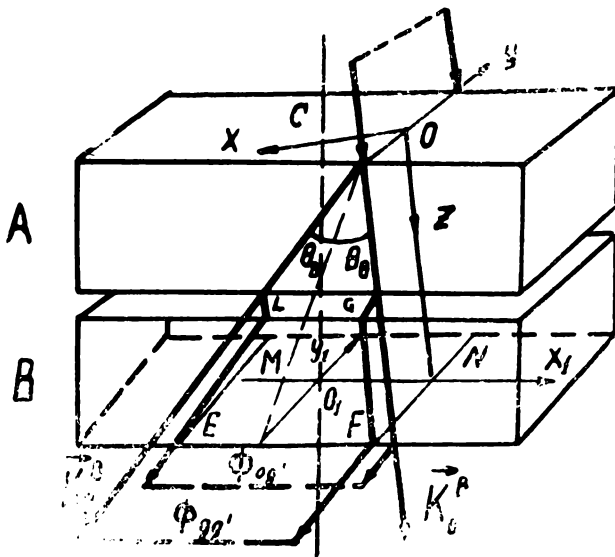


Рис. 1. Геометрия дифракции в реальном пространстве.

$$\begin{aligned}
 I(\mathbf{r}_B) &= |\Phi_{og'}(\mathbf{r}_B) + \Phi_{gg'}(\mathbf{r}_B)|^2 = \\
 &= \left(\frac{1}{16\pi}\right)^2 \cdot E^2 \cdot b \left(\frac{|\beta|}{Kz_B}\right) \exp\{-\mu_0[t\gamma_0^{-1} + (1-b^{-1})x_B \operatorname{cosec} 2\theta_B]\} \times \\
 &\quad \times \{|\xi_1|^2 \exp(-2\beta_1 u) + |\xi_2|^2 \exp[-2\beta_1 v + \mu_0 \gamma_g^{-1} (1-b^{-1}) t_3] + \\
 &\quad + 2|\xi_1||\xi_2| \exp\left[-\beta_1(u+v) + \frac{1}{2} \mu_0 \gamma_g^{-1} (1-b^{-1}) \cdot t_3\right] \times \\
 &\quad \times \cos[H(x_1) + Q - K\Delta\theta_B a(t_3 + 2t_2) + 2\pi\Delta g r_B]\}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где $\Phi_{og'}(\mathbf{r}_B)$ и $\Phi_{gg'}(\mathbf{r}_B)$ — сферические волновые решения на выходной поверхности второго кристалла, которые соответствуют волнам, дифрагированным в первом кристалле А в направлениях соответственно прохождения и отражения и дифрагированным в кристалле В в направлении первого отражения:

$$|\xi_1| = \frac{(\eta_1 - \eta_2) u^{-\frac{1}{2}} \left(\beta_r \eta_1^2 - \frac{1}{2} K \Delta\theta_B \eta_2 u \right)}{(\eta_1 \beta_r)^{1/2} \cdot (\beta_r \eta_1^5 - 3\alpha t_1 K \Delta\theta_B \eta_2 u^3)^{1/2}}, \quad (2)$$

$$|\xi_2| = \frac{(\eta_1 + \eta_2) v^{-\frac{1}{2}} \left(\beta_r \eta_1^2 - \frac{1}{2} K \Delta\theta_B \eta_3 v \right) \cdot (\beta_r \eta_1 - K \Delta\theta_B v)}{(\eta_1 \beta_r)^{3/2} \cdot (\beta_r \eta_1^5 - 3\alpha t_1 K \Delta\theta_B \eta_3 v^3)^{1/2}}, \quad (3)$$

$$H(x_1) = \frac{2pt_3 \beta_r b^{1/2} \cdot \sin \theta_B}{\sqrt{(1 - ptg \theta_B \cos \chi)^2 - p^2 \sin^2 \chi}}, \quad p = \frac{x_1 \sin \chi}{tg \theta_B}, \quad (4)$$

$$Q = \frac{1}{2} K \chi_{or} (1 - b^{-1}) \gamma_g^{-1} \cdot t_3, \quad (5)$$

$$u = \sqrt{\eta_1^2 - \eta_2^2}, \quad v = \sqrt{\eta_1^2 - \eta_3^2},$$

$$\eta_1 = \alpha t; \quad \eta_2 = x_B - \alpha t; \quad \eta_3 = x_B - \alpha(t + 2t_3),$$

$$\alpha = \sin 2\theta_B / 2\gamma_g, \quad \beta = K(\chi_g \chi_{\bar{g}})^{1/2} \cdot b^{1/2} \cdot \operatorname{cosec} 2\theta_B, \quad b = \gamma_0' / \gamma_g;$$

$$\gamma_0 = \cos(\widehat{K_0^B}, \mathbf{n}), \quad \gamma_g = \cos(\widehat{K_g^B}, \mathbf{n}),$$

$$t = t_1 + t_2, \quad K = |K|, \quad \Delta\theta_B = \theta_B' - \theta_B,$$

$$\Delta g = g' - g, \quad \mu_0 = K\chi_{01},$$

E — амплитуда плосковолновой компоненты, K — волновой вектор плосковолновой компоненты в вакууме, K_0^B и K_g^B — волновые векторы падающей и отраженной волн, удовлетворяющих условию Брэгга в кинематической теории, \mathbf{g} и \mathbf{g}' — векторы обратной решетки соответственно в первом и втором кристаллах, θ_B и θ_B' — углы Брэгга в кинематической теории соответственно в первом и втором кристаллах, χ — угол между входной поверхностью кристалла и отражающей плоскостью, χ_g — Фурье-коэффициент g -ого порядка ($g=0, g$) поляризуемости кристалла для рентгеновских волн, $\chi_{\bar{g}}$ — сопряженный Фурье-коэффициент поляризуемости, χ_{01} , χ_{02} и β_1 , β_2 — соответственно реальная и мнимая части χ_0 и β , μ_0 — нормальный линейный коэффициент поглощения рентгеновских волн, t_1 и t_2 — толщины соответственно первого и второго кристаллов, t_3 — ширина воздушного зазора, \mathbf{n} — единичный вектор внутренней нормали к входной поверхности кристалла А, \mathbf{r}_B — вектор, определяющий положение точки наблюдения на выходной поверхности кристалла В, x_B и z_B — компоненты этого вектора. Условие $t_3 \ll t_1$ обеспечивает малость зазора, что необходимо для значительного перекрытия прошедшего и отраженного в первом кристалле пучков на входной поверхности второго кристалла (область LG на рис. 1). На выходной поверхности второго блока волновые поля $\Phi_{0g'}$ и $\Phi_{gg'}$ накладываются в области $2at_3 \leq x_B \leq 2at$ (область EMNF на рис. 1).

Из-за взаимного поворота блоков А и В в кристаллической системе плоскости падения рентгеновского излучения в блоках не совпадают. Плоская волна, соответствующая, например, сферическому волновому решению $\Phi_{0g'}$, падает на кристаллы А и В под углами соответственно θ и θ' , которые связаны соотношением

$$\Delta\theta = \theta' - \theta = -\frac{1}{2} \operatorname{tg}\theta \sin^2 \varepsilon \approx -\frac{1}{2} \operatorname{tg}\theta_B \cdot \varepsilon^2 \quad (6)$$

ε — угол взаимного поворота блоков. Ясно, что малость угла ε необходима для того, чтобы после поворота второй кристалл находился в положении отражения. Если в (1) — (3) $\Delta\theta_B$ заменить величиной $\Delta\theta$ из (6), а в равенстве $\Delta g = g' - g$ положить $|g'| = |g|$, то получим распределение интенсивности для рассматриваемого случая, когда имеет место малый взаимный поворот блоков. Нетрудно определить, что если величина этого поворота вокруг оси CO_1 (рис. 1) равна ε , то угол между векторами \mathbf{g} и \mathbf{g}' равен $\varepsilon \cdot \sin \chi$. Однако с учетом того, что $\varepsilon \sim 10^{-8} \div 10^{-6}$ рад, из формулы (6) следует, что в распределении интенсивности величиной $\Delta\theta$ можно пренебречь. С учетом последних замечаний для распределения интенсивности рентгеновских волн, дифрагированных в двухкристальном интерферометре с взаимным поворотом блоков в направлении первого отражения, на выходной поверхности второго кристалла получим следующее выражение:

$$I(\mathbf{r}_B) = \left(\frac{1}{16\pi} \right)^2 E^2 b^2 \left(\frac{|\beta_1|}{Kz_B} \right) \exp(-\mu_0 [t_0^{-1} + (1-b^{-1})x_B \operatorname{cosec} 2\theta_B]) \times$$

$$\begin{aligned} & \times (|\xi_1|^2 \exp(-2\beta_1 u) + |\xi_2|^2 \exp[-2\beta_1 v + \mu_0 \gamma_g^{-1} (1-b^{-1}) \cdot t_2]) + \\ & + 2|\xi_1||\xi_2| \exp\left[-\beta_1(u+v) + \frac{1}{2} \mu_0 \gamma_g^{-1} (1-b^{-1}) \cdot t_2\right] \times \\ & \times \cos\left[H(x_1) + Q \pm 2\pi \frac{\epsilon}{d} \sin\chi \cdot y_1\right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$|\xi_1| = \frac{(\eta_1 - \eta_2) \cdot u^{-\frac{1}{2}}}{\eta_1}, \quad |\xi_2| = \frac{(\eta_1 + \eta_2) \cdot v^{-\frac{1}{2}}}{\eta_1},$$

d —межплоскостное расстояние отражающих плоскостей. Знаки плюс и минус в аргументе косинуса в (7) соответствуют поворотам второго кристалла соответственно по ходу и против часовой стрелки. При $\epsilon=0$ выражение (7) переходит в распределение интенсивности для полос смещения в асимметричном случае Лауэ [7]. Осцилляции распределе-

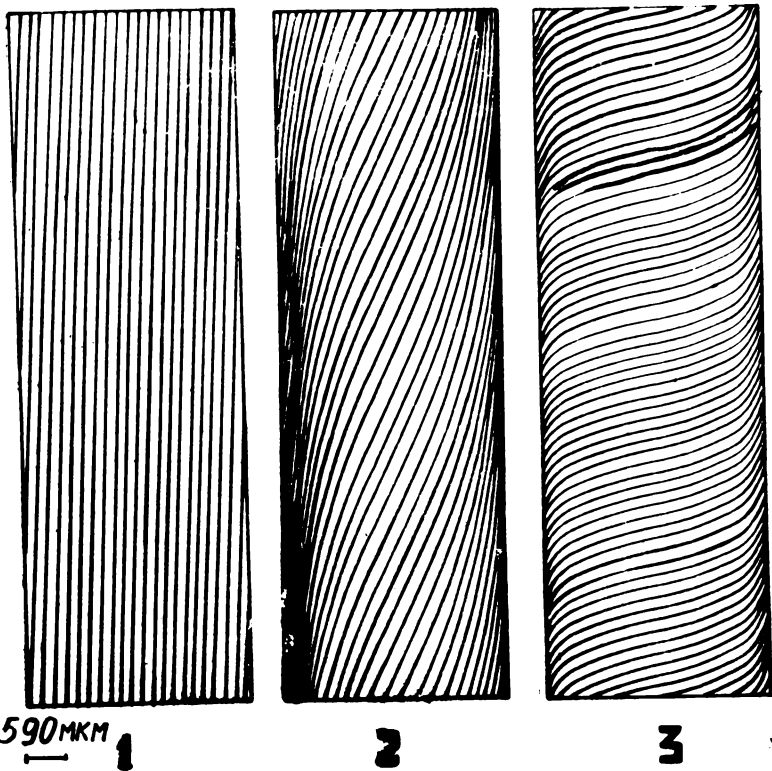


Рис. 2. Теоретические топограммы в симметричном случае Лауэ ($\chi=90^\circ$). Топограммы 1, 2 и 3 построены соответственно для случаев угла поворота $\epsilon=0.01''$; $0,1''$; $1''$.

ния интенсивности в (7) обусловлены третьим членом в фигурных скобках, так как первые два члена—медленно меняющиеся функции от координаты. Геометрическую форму интерференционных полос, формирующихся на выходной поверхности второго кристалла в области EMNF (рис. 1), найдем из условия максимума интенсивности:

$$H(x_1) + Q \pm 2\pi \frac{\epsilon}{d} \sin\chi \cdot y_1 = 2\pi n, \quad (8)$$

где n принимает целые значения, а $H(x_1)$ и Q определяются из (4) и (5). При $\chi=90^\circ$ (симметричный случай Лауэ) (8) переходит в выражение, приведенное в работе [4]. Уравнение (8) определяет следующее семейство кривых:

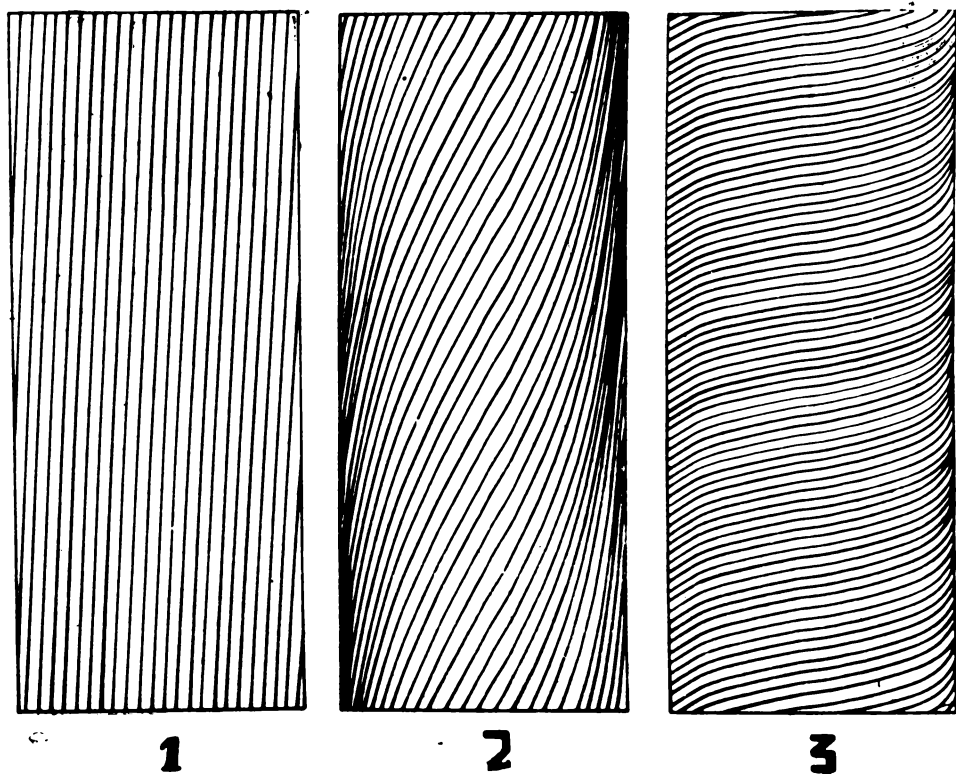


Рис. 3. Теоретические топограммы в асимметричном случае Лауэ при $\chi=60^\circ$. Топограммы 1, 2, 3 построены соответственно для случаев угла поворота $\epsilon=0,01''$; $0,1''$; $1''$.

$$y_{l,n} = \mp \frac{H(x_1)}{2\pi} \sigma \mp \frac{Q}{2\pi} \sigma + n\sigma, \quad (9)$$

где $\sigma = d/\epsilon \sin \chi$ — период ротационного муара (при $t_3=0$) для асимметричного случая Лауэ, знаки минус соответствуют случаю поворота кристалла В по часовой стрелке, а знаки плюс — повороту против часовой стрелки. На рис. 2 и 3 приведены теоретические топограммы, построенные с использованием выражений (9), (4) и (5) соответственно для случаев $\chi=90^\circ$, 60° и значений угла поворота $\epsilon=0,01''$; $0,1''$; $1''$ против хода часовой стрелки. Расчеты проведены для интерферометра, состоящего из кристаллов Si с толщинами $t_1=t_2=0,5$ см, излучения MoKa, отражения (220), ширины зазора ($t_3=350$ мкм). Как видно из приведенных топограмм, при $\epsilon=0,01''$ форма интерференционных полос практически не зависит от угла χ , а при значениях $\epsilon=0,1''$; $1''$ с уменьшением угла χ крутизна интерференционных полос уменьшается. При построении топограмм мы учли, что область перекрытия (область EF на рис. 1) интерферирующих волновых полей $\Phi_{0g'}$ и $\Phi_{gg'}$ увеличивается с уменьшением угла χ . Зависимость формы интерференционных полос от угла χ при малых его значениях будет исследована в следующей работе.

Автор выражает глубокую благодарность проф. П. А. Безиргяну за ценные обсуждения ряда вопросов.

Кафедра физики твердого тела

Поступила 6.09.1984

ЛИТЕРАТУРА

1. Authier A., Milne A. D., Sauvage M. X-ray dynamical contrast of a planar defect.— *Phys. Stat. Sol.*, 1968, v. 26, p. 469—484.
2. Tanemura S., Lang A. R. Spherical wave theory of moire fringes produced under conditions of Borrmann transmission by two crystals separated by gap.— *Z. Naturforsch.*, 1973, v. 28a, p. 668—676.
3. Bonse U., Hart M. X-ray diffraction by a crystal containing a translation fault.— *Phys. Stat. Sol.*, 1969, v. 33, p. 351—359.
4. Aladzhadzhyan G. M., Besirganyan P. H., Kocharyan A. K. and Truni K. G. An investigation of the fine structure of x-ray interferograms.— *Phys. Stat. Sol.* 1980, v. 58a, p. 651—656.
5. Kato N. A theoretical study of pendellösung fringes. Part 1. General considerations *Acta Cryst.*, 1961, v. 14, p. 526—532.
6. Арутюнян В. С. Дифракция сферических рентгеновских волн в двухкристальном интерферометре. Дилатационный муар.— Межвузовский тематический сборник (в печати).
7. Аветисян Г. Г., Гаспарян Л. Г., Арутюнян В. С. Зависимость периода полос смещения от асимметричности отражения.— Межвузовский тематический сборник (в печати).

Վ. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՍՖԵՐԻԿ ԱԼԻԲՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ԵՐԿՐՑՈՒՐԵՂ ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐՈՒՄ: I. ՌՈՏԱՑԻՈՆ ՄՈՒԱՐ

Ա մ փ ո փ ու մ

Դիտարկված է ունեգենյան սֆերիկ ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրը նեղ ճեղքով երկբյուրեղ ինտերֆերոմետրում կառուցի ասիմետրիկ դեպքում, երբ տեղի ունի բյուրեղների փոխադարձ պտույտ: