ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2,1990 Естественные науки

Математика

УДК 517.53

С.Г.РАФАЕЛЯН

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ЦЕЛЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА. I.

Одним из основных результатов статьи Б.Я.Левина и Ю.И.Любарского [1] являются установленные ими интерполяционные разложения для классов L_D^p целых функций экспоненциального типа с узлами в корнях функций из класса S_D.

В настоящей работе метод, развитый в упомянутой статье, распространяется как на более широкие классы целых функций $W_D^{p,\omega} \supset L_D^p$, так и на последовательности узлов интерполяции $\{z_k\}$, являющихся корнями функций также из более широких классов $S_D^{(\chi)} \supset S_D$.

§ 1. Целые функции класса $W_D^{p,\omega}$. В данном параграфе мы введем и изучим специальные весовые пространства целых функций экспоненциального типа (ц.ф.э.т.) $W_D^{p,\omega}$.

а) Следуя работе Б.Я.Левина и Ю.И.Любарского [1], введем некоторые важные в дальнейшем обозначения.

Пусть D – замкнутый выпуклый n-угольник. Из начала координат (для простоты будем считать, что оно принадлежит D) проведем нормали N_j $(1 \leqslant j \leqslant n)$ к сторонам многоугольника D и занумеруем углы $\theta_j = \arg N_j$ так, что $0 \leqslant \theta_1 < \theta_2 < \ldots < \theta_n < 2\pi$. Сторону многоугольника D, на которую опущена нормаль N_j, обозначим через l_j, ее длину – d_j, а через w_j обозначим вершину многоугольника D, принадлежащую сторонам l_j и l_{j+1}; вершина w_n принадлежит l_n и l_1.

Пусть $h_D(\theta) \equiv h(\theta)$ – опорная функция многоугольника D:

$$h(\theta) = \max_{z \in D} \operatorname{Re}(ze^{-i\theta}),\ 0 \leqslant \theta < 2\pi,$$

а H(z) – функция Минковского: $H_D(z) \equiv H(z) = |z|\, h(\arg z)$. Легко видеть, что

$$H(z) = \max_{z \in D} \operatorname{Re}(\zeta \cdot \bar{z}). \qquad (1.1)$$

Обозначим через $W_D^{p,w}$ пространство ц.ф.э.т. f(z), для которых

$$\|f\|_{D,p,\omega} = \sup_{\theta\in[0,2\pi]} \left\{ \int_0^{\infty} |f(re^{i\theta})|^p e^{-prh(\theta)} r^{\omega} dr \right\}^{1/p}, \tag{1.2}$$

где $1<p<+\infty$, $-1<\omega<p-1$.

Отметим, что при $\omega=0$ класс $W_D^{p,0}$ совпадает с классом L_D^p (см. [1]), а при $D=[-i\sigma,i\sigma]$ – с классом $W_\sigma^{p,\omega}$ (см.[2,3]).

Нормали N_j разбивают всю плоскость на угловые области $\Delta_j = \{z;\ \theta_j<\arg z<\theta_{j+1}\}$. Если $z\in\Delta_j$, то легко видеть, что $h(\arg z) = \mathrm{Re}(w_j e^{-i\arg z})$, и, следовательно, из (1.1) будем иметь

$$H(z) = |z|h(w_j e^{-i\arg z}) = \mathrm{Re}(\bar{w}_j\cdot z).$$

Таким образом, $e^{-H(z)} = |e^{-\bar{w}_j z}|$ $(z\in\Delta_j)$ и, следовательно,

$$|f(z)|e^{-H(z)} = |f(z)e^{-\bar{w}_j z}| \quad (z\in\Delta_j). \tag{1.3}$$

Поэтому изучение функции класса $W_D^{p,\omega}$ сводится к изучению в каждом из угловых областей Δ_j функции $f(z)e^{-\bar{w}_j z}$, интегрируемой в p-ой степени с весом $|z|^{\omega}$ на каждом луче, исходящем из точки $z=0$ и содержащемся в Δ_j.

б) Обозначим через $H_\alpha^{p,\omega}$ $(1<p<+\infty,\ -1<\omega<1,\ 0<\alpha\leqslant\pi/2)$ класс функций $f(z)$, аналитических в угловой области $\{z;\ |\arg z|<\alpha\}$ и удовлетворяющих условию

$$\|f\|_{H_\alpha^{p,\omega}} = \sup_{|\theta|<\alpha} \left\{ \int_0^{\infty} |f(re^{i\theta})|^p r^{\omega} dr \right\}^{1/p} < +\infty \tag{1.4}$$

Отметим, что $H_\alpha^{p,\omega}$ с нормой (1.4) является банаховым пространством и класс $H_{\pi/2}^{p,0}$, как известно, совпадает с классом Харди H^p в правой полуплоскости.

Из лемм 2.2,2.5 и 2.6 работы [1] легко следует

Лемма 1.1. 1°. Если функция $f(z)$ аналитична в угле $\Delta\alpha$ $(0<\alpha<\pi/2)$, там имеет экспоненциальный тип, непрерывна в $\bar{\Delta}_\alpha$ и

$$\int_0^{\infty} |f(re^{\pm i\alpha})|^p r^{\omega} dr < +\infty, \tag{1.5}$$

то $f(z)\in H_\alpha^{p,\omega}$.

2°. Пусть $f(z)\in H_\alpha^{p,\omega}$ и l_θ есть пересечение угла Δ_α с лучом $\arg(z-z_0)=\theta$, а $P_{\theta,H}$ – пересечение того же угла с полосой $\{z;\ |\mathrm{Im}(ze^{-i\theta})|<H\}$ $(|\theta|<\alpha)$. Тогда справедливы следующие неравенства:

$$\left\{ \int_{l_\theta} |f(z)|^p |z|^{\omega} |dz| \right\}^{1/p} \leqslant c_1 \|f\|_{H_\alpha^{p,\omega}}, \tag{1.6}$$

$$\left\{ \iint_{P_{\theta,H}} |f(z)|^p |z|^{\omega} d\sigma(z) \right\}^{1/p} \leqslant c_2 \|f\|_{H_\alpha^{p,\omega}}. \tag{1.7}$$

3°. Пусть $\{z_k\}_0^{\infty} \subset P_{\theta,H}$ – последовательность точек такая, что

$\inf\limits_{k\neq j} |z_k - z_j| = \delta > 0$, находящаяся от сторон $P_{\theta,H}$ на расстоянии, большем δ, и $f(z) \in H_\alpha^{p,\omega}$. Тогда справедливо неравенство

$$\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} |f(z_k)|^p |z_k|^\omega \right\}^{1/p} \leqslant c_{\delta,p} \|f\|_{H_\alpha^{p,\omega}}, \tag{1.8}$$

где $c_{\delta,p} > 0$ – константа, не зависящая от функции $f(z)$.

Отметим, что более общее, чем (1.8), неравенство доказано в работе [4].

в) Перейдем теперь к функциям из пространства $W_D^{p,\omega}$. Пусть $f(z)$ – ц.ф.э.т., а функция $f(z)e^{-H(z)}$ принадлежит L^p $(0, +\infty)$ на каждом из лучей $\arg\theta_j = \theta_j$ $(1 \leqslant j \leqslant n)$. Тогда в силу леммы 1.1 (1°) $f(z) \in W_D^{p,\omega}$, и, следовательно, норму в классах $W_D^{p,\omega}$ можно определить следующим образом:

$$\|f\|_{D,p,\omega} = \max_{1\leqslant j\leqslant n} \left\{ \int_0^\infty |f(re^{i\theta_j})|^p e^{-prh(\theta_j)} r^\omega dr \right\}^{1/p} =$$

$$= \max_{1\leqslant j\leqslant n} \left\{ \int_{(N_j)} |f(z)e^{-\overline{w_j}z}|^p |z|^\omega |dz| \right\}^{1/p}. \tag{1.9}$$

Наряду с классом $W_D^{p,\omega}$ рассмотрим также $W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$ – класс ц.ф.э.т. с нормой

$$\|f\|^*_{D,p,\omega} = \max_{1\leqslant j\leqslant n} \left\{ \int_{(N_j)} |f(z)|^p e^{-pH(z)} |z+\zeta_0|^\omega |dz| \right\}^{1/p} < +\infty, \tag{1.10}$$

где $1<p<+\infty$, $-1<\omega<p-1$ и $\zeta_0 \in C$.

Легко видеть, что классы функций $W_\sigma^{p,\omega}$ и $W_\sigma^{p,\omega}[\zeta_0]$ совпадают, хотя нормы в этих классах различны, если $\zeta_0 \neq 0$. При этом очевидно, что

$$W_D^{p,\omega}[0] \equiv W_D^{p,\omega} \quad \text{и} \quad \|f\|^*_{D,p,\omega} = \|f\|_{D,p,\omega} \quad (\zeta_0 = 0). \tag{1.11}$$

Лемма 1.2. Пусть $f(z) \in W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$ и $\pm\zeta_0 \in (N_j)$.

Тогда

$$1^\circ.\ \|f(z+\zeta_0)\|^*_{D,p,\omega} \leqslant c_1 \|f\|_{D,p,\omega}. \tag{1.12}$$

$$2^\circ.\ |f(z)| \leqslant c_2 \|f\|^*_{D,p,\omega} (1+|z|)^{\omega/p} (1+\rho(z;(N_j)))^{-1/p} e^{H(z)}, \tag{1.13}$$

где $\rho(z;(N_j))$ – расстояние точки z от системы лучей (N_j).

Доказательство. Неравенство (1.12) вытекает из определения класса $W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$ и из леммы 1.1(2°). Для доказательства неравенства (1.13) предположим, что $z \in \Delta_j$ $(1 \leqslant j \leqslant n)$, и рассмотрим функцию

$$\varphi(z) = f(z+\zeta_0)(z+\zeta_0)^{\omega/p} e^{-\overline{w_1}z},$$

которая аналитична в угле Δ_j и в силу неравенства (1.12) $\varphi(z) \in$
$\in H^p(\Delta_j)$, где $H^p(\Delta_j) = \{\varphi;\ \sup \int_{l_\theta} |\varphi(z)|^p |dz| = \|\varphi\|^p_{H^p(\Delta_j)} < \infty,\ l_\theta =$

$= \{\arg z=\theta\}\subset\Delta_j\}$. По формуле Коши имеем (см.,напр.[5],с.414,и [4])

$$\varphi(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\partial\Delta_j}\frac{\varphi(\zeta)}{\zeta-z}\,d\zeta.$$

Воспользовавшись неравенством Гельдера, будем иметь

$$|\varphi(z)|\leqslant\frac{1}{2\pi i}\left\{\int\limits_{\partial\Delta_j}|\varphi(\zeta)|^p|d\zeta|\right\}^{1/p}\left\{\int\limits_{\partial\Delta_j}\frac{|d\zeta|}{|\zeta-z|^q}\right\}^{1/q}\leqslant c_2^1\left\|\varphi\right\|_{H^p(\Delta_j)}\cdot\rho(z,\partial\Delta_j).$$

Учитывая, что $\left\|\varphi\right\|_{H^p(\Delta_j)}\leqslant c_1\left\|f\right\|_{D,p,\omega}$, получим неравенство (1.13).

Из доказанного неравенства (1.13) следует полнота каждого из пространств $W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$, т.е. класс $W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$ является банаховым пространством.

Лемма 1.3. Для любой функции $f(z)\in W_D^{p,\omega}$ и при любом $\pm\zeta_0\overline{\in}(N_j)$ будем иметь

$$1^\circ.\ \left\|f\right\|^*_{D,p,\omega}\asymp\left\|f\right\|_{D,p,\omega}.\tag{1.14}$$

$$2^\circ.\ \left\|f(z+\zeta_0)\right\|_{D,p,\omega}\asymp\left\|f\right\|_{D,p,\omega}.\tag{1.15}$$

Доказательство. Определим на $W_D^{p,\omega}$ оператор T, положив $Tf=f\in W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$. Оператор T отображает все $W_D^{p,\omega}$ на $W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$, т.е. существует обратный оператор T^{-1} такой, что при $f\in W_D^{p,\omega}[\zeta_0]$, $T^{-1}f=f\in W_D^{p,\omega}$. Рассмотрим отдельно два случая.

1) Если $\omega\geqslant0$ и $r^\omega\leqslant c_1|re^{i\theta_j}+\zeta_0|^\omega$, то, очевидно

$$\left\|f\right\|_{D,p,\omega}\leqslant c_1\left\|f\right\|^*_{D,p,\omega}=c_1\left\|Tf\right\|^*_{D,p,\omega},\tag{1.16}$$

т.е. оператор T^{-1} ограничен. По теореме Банаха об обратном операторе, ограничен и оператор T, т.е.

$$\left\|Tf\right\|^*_{D,p,\omega}=\left\|f\right\|^*_{D,p,\omega}\leqslant c_2\left\|f\right\|_{D,p,\omega}.\tag{1.17}$$

Из неравенств (1.16) и (1.17) следует (1.14) в случае $\omega\geqslant0$.

2) При $\omega\leqslant0$ имеем $|re^{i\theta_j}+\zeta_0|^\omega\leqslant c_3r^\omega$ и доказательство аналогично.

Теперь докажем неравенство (1.15).

В каждой угловой области Δ_j $(1\leqslant j\leqslant n)$ функция $f_j(z)=f(z)e^{-\bar{w}_j z}$ удовлетворяет условиям леммы 1.1(2°). Поэтому

$$\int\limits_{l_{\zeta_0}\cap\Delta_j}|f_j(z)|^p|z|^\omega|dz|\leqslant c_4\left\|f\right\|^p_{D,p,\omega},$$

где l_{ζ_0} – луч $\lambda=\zeta_0+\rho e^{i\theta_j}$. Отсюда имеем

$$\int\limits_{l_{\zeta_0}\cap\Delta_j} |f(z)|^p e^{-pH(z)} |z|^{\omega} |dz| \leqslant c_5 \|f\|^p_{D,p,\omega}$$

или

$$\int_0^{\infty} |f(re^{i\theta_j}+\zeta_0)|^p e^{-prh(\theta_j)} |re^{i\theta_j}+\zeta_0|^{\omega} dr \leqslant$$

$$\leqslant c_6 \int_0^{\infty} |f(z+\zeta_0)|^p e^{-pH(z)} |z|^{\omega} |dz| \leqslant c_7 \|f\|^p_{D,p,\omega}.$$

С учетом равенства (1.9) и леммы 1.1 и 1.3 определяется

Лемма 1.4. 1°. Пусть $f(z)\in W_D^{p,\omega}$ и Q – произвольная полуполоса

$$Q = \{z;\ \mathrm{Re}(ze^{-i\theta})>A;\ |\mathrm{Im}(ze^{-i\theta})|<H;\ A,H>0\}.$$

Тогда

$$\iint\limits_Q |f(z)|^p e^{-pH(z)} (1+|z|)^{\omega} d\sigma \leqslant b_1 \|f\|^p_{D,p,\omega}. \tag{1.18}$$

2°. Если $\{z_k\}_0^{\infty} \subset Q$ – последовательность точек такая, что $\inf\limits_{k\neq j} |z_k-z_j|>0$, то

$$\sum_{k=0}^{\infty} |f(z_k)|^p e^{-pH(z_k)} (1+|z_k|)^{\omega} \leqslant b_2 \|f\|^p_{D,p,\omega}. \tag{1.19}$$

Постоянные b_1 и b_2 не зависят от функции f.

§ 2. Класс целых функций $S_D^{(\chi)}$. Здесь вводится и изучается специальный класс $S_D^{(\chi)}$ целых функций, который является естественным обобщением класса функций S_D, введенных Б.Я.Левиным и Ю.И.Любарским (см.[1]).

Для любого $K>0$ положим

$$\Pi_j(K) = \{z;\ \mathrm{Re}\,ze^{-i\theta_j}>0;\ |\mathrm{Im}\,ze^{-i\theta_j}|<K\} \text{ и } D_K=\bigcup_{j=1}^{n}\Pi_j(K).$$

Определение. Класс $S_D^{(\chi)}$ $(-\infty<\chi<\infty)$ – это множество всех целых функций $S(z)$ экспоненциального типа, для которых при некоторых положительных константах c, C и K (зависящих от функции $S(z)$) вне области D_K выполняется неравенство

$$0<c<|S(z)|\,e^{-H(z)}\,|z|^{-\chi}<C<+\infty,\quad z\in C\setminus D_K). \tag{2.1}$$

Заметим, что неравенство (2.1) будет выполняться для всех $z\in C\setminus D_K$, если только

а) неравенство (2.1) выполняется для всех точек ∂D_K – границы D_K – звезды;

б) функция $S(z)$ не обращается в нуль вне D_K. Это утверждение легко следует из принципа Фрагмена-Линделефа, если применить его для каждого из угловых областей Δ_j $(1\leqslant j\leqslant n)$.

Если $\chi=0$, то $S_D^{(0)}$ совпадает с классом функций S_D работы [1], а если D является отрезком мнимой оси, класс $S_D^{(\chi)}$ совпадает с классом функций $S\chi$ работы [3].

Можно доказать (на чем, однако, мы здесь останавливаться не будем), что приводимые ниже функции будут принадлежать введенным нами классам.

Пусть

$$E_1(z;\mu) = \sum_{0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k+\mu)}, \ \mu>0, \ -$$

целая функция типа Миттаг-Леффлера порядка $\rho=1$. Тогда

1) если $\{c_k\}_1^n$ – произвольные постоянные, то

$$S(z) = \sum_{1}^{n} c_k E_1(\bar{w}_j z;\mu_j) \in S_D^{(\chi)}, \ \chi = \max_{1\leqslant j\leqslant n} (1-\mu_j);$$

2) если $\sigma(\zeta)$ – функция ограниченной вариации на ∂D^* со скачками во всех вершинах $\bar{w}_j$, то $S(z)=\int\limits_{\partial D^*} E_1(z\zeta;\mu)d\sigma(\zeta) \in S_D^{(1-\mu)}$.

В дальнейшем мы будем рассматривать только такие функции $S(z)\in S_D^{(\chi)}$, корни которых подчинены условию

$$\inf_{k\neq j} |z_k-z_j| > 0. \tag{2.2}$$

Л е м м а 2.1. Если $S(z)\in S_D^{(\chi)}$, то для любого $\zeta\in C$ функция $S_\zeta(z)=S(z+\zeta)$ принадлежит классу $S_D^{(\chi)}$.

Доказательство. Прежде всего, заметим, что, как непосредственно следует из определения 1.1 функции H,

$$H(z+\zeta) \leqslant H(z) + H(\zeta). \tag{2.3}$$

Если $z\in D_{K+|\zeta|}$, то, как легко видеть, $z+\zeta \in D_K$ и из (2.1) следует, что

$$c \geqslant |S(z+\zeta)| \cdot e^{-H(z+\zeta)} |z+\zeta|^{-\chi} \geqslant c_1(\zeta) |S(z+\zeta)| e^{-H(z)} |z|^{-\chi}.$$

С другой стороны, так как $H(z+\zeta)\geqslant H(z)-H(\zeta)$, то

$$c \leqslant |S(z+\zeta)| e^{-H(z+\zeta)} |z+\zeta|^{-\chi} \leqslant c_2(\zeta) |S(z+\zeta)| e^{-H(z)} |z|^{-\chi},$$

т.е. $S(z+\zeta) \in S_D^{(\zeta)}$.

Л е м м а 2.2. Пусть $S(z) \in S_D^{(\chi)}$ и $\{z_k\}_0^\infty$ – последовательность ее корней, расположенная в порядке неубывания их модулей. Тогда

1°) для любого $\delta>0$ существует постоянная $c(\delta)>0$, такая, что вне δ-окрестности Z_δ этих корней, т.е. на множестве $\bigcap_k\{z; |z_k-z|>\delta\}$ имеет место неравенство

$$|S(z)| e^{-H(z)}(1+|z|)^{-\chi} \geqslant c(\delta) > 0; \tag{2.4}$$

2°) справедливо неравенство

$$|S'(z_k)| e^{-H(z_k)} \geqslant c(1+|z_k|)^{\chi}, \tag{2.5}$$

где $c>0$ не зависит от k $(k=0,1,2,\dots)$.

Доказательство. Оценку (2.4) достаточно доказать в каждой полуполосе $\Pi_j(K)$, напр., в $\Pi_1(K)$. Можно считать, что $\theta_1=0$ и $h(0)=0$, поскольку в противном случае вместо $S(z)$ мы можем рассмотреть функцию $S(e^{i\theta_1}z)e^{-h(\theta_1)z}$. С помощью сдвига индикаторной диаграммы можно добиться того, чтобы точка $z=0$ лежала в середине стороны

l_1. В этом случае $\Pi_1(K)$ имеет вид $\Pi_j(K)=\{z;\operatorname{Re}z>0;\ |\operatorname{Im}z|<K\}$. Так как при $\theta_n<\theta<\theta_2+2\pi$ $H(z)=|z|\,h(\arg z)=|z|\,\frac{d_1}{2}|\sin\theta|=\frac{d_1}{2}|\operatorname{Im}z|$, то достаточно доказать, что в $\Pi_1(K)$, но вне δ-окрестности Z_δ множества корней $\{z_k\}$ справедливо неравенство $|S(z)|(1+|z_k|)^{-\chi} \geqslant c(\delta)>0$.

Повторив рассуждения [1], приходим к неравенствам (2.4). Наконец докажем неравенства (2.5). Положим, как и выше, $j=1$, $\theta_1=0$, $h(0)=0$ и докажем лемму, когда $|\operatorname{Im}z_k|<\frac{l_1}{2}$.

Пользуясь формулой Коши, имеем

$$\frac{2\pi i}{S'(z_k)}=\int\limits_{|\zeta-z_k|=\delta}\frac{d\zeta}{S(\zeta)}.$$

Отсюда и из (2.4) вытекает оценка

$$\frac{2\pi}{|S'(z_k)|}\leqslant c_1\int\limits_{|\zeta-z_k|=\delta}\frac{|d\zeta|}{(1+|\zeta|)^{\chi}}\leqslant c_2(1+|z_k|)^{-\chi}\quad (k\geqslant 1),$$

и лемма доказана.

Из утверждения 2° леммы 1.4 непосредственно вытекает

Л е м м а 2.3. Пусть $S(z)\in S_D^{(\chi)}$ и $\{z_k\}_1^\infty$ – ее нули. Тогда для **любой функции** $f(z)\in W_D^{p,\omega}$ существует постоянная $c>0$, такая, что

$$\sum_{k=1}^{\infty}|f(z_k)|^p e^{-pH(z_k)}(1+|z_k|)^{\omega}\leqslant c\,\|f\|^p_{D,p,\omega}. \tag{2.6}$$

Кафедра теории функции *Поступила 26.12.1989*

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. **Левин Б.Я., Любарский Ю.И.** Интерполяция целыми функциями специальных классов и связанные с нею разложения в ряды экспонент.-Изв.АН СССР, сер.матем., 1975, т.39, №3, с.657-702.
2. **Джрбашян М.М.** Интерполяционные и спектральные разложения,ассоциированные с дифференциальными операторами дробного порядка.- Изв.АН Арм.ССР, Математика, 1984, т.XIX, №2, с.81-181.
3. **Рафаелян С.Г.** Интерполяция и базисность в весовых классах целых функций экспоненциального типа.- Изв.АН Арм.ССР, Математика, 1983, т.XYIII, №3, с.167-186.
4. **Мартиросян В.М.** Замыкание и базисность некоторых биортогональных систем и решение кратной интерполяционной задачи в угловых областях.- Изв.АН Арм.ССР, Математика, 1978, т.XIII, №5-6, с.490-531.

Ամփոփում

Դիցուք D-ն ուռուցիկ բազմանկյուն է։ Նշանակենք $W_D^{p,\omega}$-ով էքսպոնենցիալ տիպի ամբողջ ֆունկցիաների այն դասը, որոնց համար

$$\|f\|_{D,p,\omega} = \sup_{\theta\in[0,2\pi)} \left\{ \int_0^{\infty} |f(re^{i\theta})|^p e^{-prh(\theta)} r^{\omega} dr \right\}^{1/p} < +\infty։$$

Սահմանվում է նաև ամբողջ ֆունկցիաների $S_D^{(\chi)}$ դասը և աշխատանքի այս մասում ստացվում են տվյալ տարածությունների որոշ հատկություններ։

SUMMARY

Let D - be a convex polygon. Let $W_D^{p,\omega}$ - be a set of entire functions of exponential type for which

$$\|f\|_{D,p,\omega} = \sup_{\theta\in[0,2\pi)} \left\{ \int_0^{\infty} |f(re^{i\theta})|^p e^{-prh(\theta)} r^{\omega} dr \right\}^{1/p} < +\infty.$$

Also a set of entire functions $S_D^{(\chi)}$ is defined and at this stage certain qualities of the given spaces are obtained.