ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1,1993 Естественные науки

УДК 621.382

З.А. КАСАМАНЯН, А.К. ЧОБАНЯН, А.Ж. ХАЧАТРЯН

НАКЛОННОЕ ПАДЕНИЕ СВЕТА НА СВЕРХРЕШЁТКУ

Найдено точное выражение коэффициента отражения света при наклонном падении на сверхрешётку, представляющую из себя периодическое повторение двух слоёв с показателями преломления n_1 и n_2. Получены условия полного отражения для s- и p- волн. Показано, что при соответствующем подборе n_1, n_2 и частоты падающего света возможно отсутствие отражения от сверхрешётки, в частности найден угол Брюстера.

Рассмотрим полубесконечную сверхрешётку из чередующихся слоёв с показателями преломления n_1 и n_2 и с толщинами a_1 и a_2. Пусть на такую систему слева из среды с показателем преломления n_0 падает свет под углом θ_0 к нормали сверхрешётки. Вычисление коэффициента отражения данной задачи может быть сведено к решению алгебраической системы уравнений путём сшивания функций Грина (ФГ) для сверхрешётки с ФГ для среды с показателем преломления n_0 и соответствующих производных, причём сверхрешётка и среда считаются неограниченными с обеих сторон.

Используя явный вид ФГ сверхрешётки [1] для коэффициента отражения света при условии $\beta_1 a_1 = \beta_2 a_2$, находим

$$R^s = \left| \frac{n_0^2\cos^2\theta_0 + n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2 - n_0\cos\theta_0\sqrt{4n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2 - (n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2)^2\,\mathrm{tg}^2\beta_1 a_1}}{n_0^2\cos^2\theta_0 + n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2 + n_0\cos\theta_0\sqrt{4n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2 - (n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2)^2\,\mathrm{tg}^2\beta_1 a_1}} \right|, \quad (1)$$

$$R^p = \left| \frac{n_0^2\cos\theta_1\cos\theta_2 + n_1 n_2\cos^2\theta_0 - n_0\cos\theta_0\sqrt{4n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2 - (n_1\cos\theta_2 - n_2\cos\theta_1)^2\,\mathrm{tg}^2\beta_1 a_1}}{n_0^2\cos\theta_1\cos\theta_2 + n_1 n_2\cos^2\theta_0 + n_0\cos\theta_0\sqrt{4n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2 - (n_1\cos\theta_2 - n_2\cos\theta_1)^2\,\mathrm{tg}^2\beta_1 a_1}} \right|, \quad (2)$$

где s и p указывают поляризацию света, θ_1 и θ_2 — углы, которые составляет свет с нормалью сверхрешётки в средах n_1 и n_2. Для β_1 и β_2 введены следующие обозначения:

$$\beta_1 a_1 = \frac{\omega}{c} n_1 a_1 \cos\theta_1, \qquad \beta_2 a_2 = \frac{\omega}{c} n_2 a_2 \cos\theta_2. \qquad б = -$$

Условием полного отражения для s- волн является .

$$\operatorname{tg}^2\beta_1 a_1 \geqslant \frac{4\cos\theta_1\cos\theta_2 \cdot n_1 n_2}{(n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2)^2}, \tag{3}$$

условием минимального отражения $\quad б = \pm$

$$R^s_{min} = \left|\frac{n_0\cos\theta_0 - \sqrt{n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2}}{n_0\cos\theta_0 + \sqrt{n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2}}\right|^2, \qquad \beta_1 a_1 = \pi m,\ m = 0, \pm 1, \cdots \tag{4}$$

Когда $n_0^2\cos^2\theta_0 = n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2$ $R^s = 0$.

Условием полного отражения для p- волн является

$$\operatorname{tg}^2\beta_1 a_1 \geqslant \frac{4 n_1 n_2\cos\theta_1\cos\theta_2}{(n_1\cos\theta_2 - n_2\cos\theta_1)^2}, \tag{5}$$

условием минимального отражения

$$R^p_{min} = \left|\frac{n_0\sqrt{\cos\theta_1\cos\theta_2} - \sqrt{n_1 n_2}\cos\theta_0}{n_0\sqrt{\cos\theta_1\cos\theta_2} + \sqrt{n_1 n_2}\cos\theta_0}\right|^2, \qquad \beta_1 a_1 = \pi m,\ m = 0, \pm 1, \cdots \tag{6}$$

Когда $n_0^2\cos\theta_1\cos\theta_2 = n_1 n_2\cos^2\theta_0$ $R^p = 0$.

Найдём угол Брюстера для сверхрешётки из условия равенства нулю коэффициента отражения для p- волн. Подчеркнём, что из условия минимума для p- волн следует, что угол Брюстера возможен только для частот, соответствующих $\beta_1 a_1 = \pi m$, $m = 0, \pm 1, \cdots$,

$$n_0^2\cos\theta_1\cos\theta_2 = n_1 n_2\cos^2\theta_0. \tag{7}$$

Найденный из уравнения угол θ_0 и будет углом Брюстера для сверхрешётки. Для замены θ_1 и θ_2 через θ_0 воспользуемся известным законом Снеллуиса

$$n_1\sin\theta_1 = n_0\sin\theta_0, \qquad n_2\sin\theta_2 = n_1\sin\theta_1. \tag{8}$$

При подстановке (8) и (7) получим

$$\left(1 - \frac{n_0^2}{n_1^2}\right)\left(1 - \frac{n_0^2}{n_2^2}\right)\operatorname{tg}^4\theta_Б + \left[\left(1 - \frac{n_0^2}{n_1^2}\right) + \left(1 - \frac{n_0^2}{n_2^2}\right)\right]\operatorname{tg}^2\theta_Б + 1 - \frac{n_1^2 n_2^2}{n_0^4} = 0. \tag{9}$$

Решение уравнения (9) даёт следующее выражение для угла Брюстера сверхрешётки:

$$\mathrm{tg}^2\theta_Б=-\frac{1}{2}\left[\frac{n_1^2}{n_1^2-n_0^2}+\frac{n_2^2}{n_2^2-n_0^2}\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\frac{(n_2^2-n_1^2)^2n_0^4}{(n_1^2-n_0^2)^2(n_2^2-n_0^2)^2}+\frac{4n_1^4n_2^4}{n_0^4(n_1^2-n_0^2)(n_2^2-n_0^2)}. \tag{10}$$

При $n_1=n_2$ формула (10) переходит в

$$\mathrm{tg}\theta_Б=\pm\frac{n_1}{n_0},$$

что является углом Брюстера для задачи с одной границей. Так и должно было быть, так как при $n_1=n_2$ сверхрешётка превращается в однородную среду с показателем преломления n_1. Отметим, что при подстановке (8) в (7) мы фактически предположили, что полубесконечная чередующаяся сверхрёшетка начинается со среды с показателем преломления n_1. Однако выражение (10) остаётся верным и при условии, когда полубесконечная сверхрешётка начинается со среды с показателем преломления n_2, при этом (8) заменяется следующим выражением:

$$n_2\sin\theta_2=n_0\sin\theta_0, \qquad n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2. \tag{11}$$

Из вышесказанного следует, что угол Брюстера не зависит от очерёдности слоёв, составляющих сверхрешётку.

При $\theta_0=0$ формулы (1), (2) переходят в

$$R=R^s=R^p=\left|\frac{n_0^2+n_1n_2-n_0\sqrt{4n_1n_2-(n_1-n_2)^2\mathrm{tg}^2\beta_1a_1}}{n_0^2+n_1n_2+n_0\sqrt{4n_1n_2-(n_1-n_2)^2\mathrm{tg}^2\beta_1a_1}}\right|, \tag{12}$$

что является коэффициентом отражения света от сверхрешётки при нормальном падении [2]. При этом (3), (5) и (4), (6) переходят в

$$\mathrm{tg}^2\beta_1a_1\geqslant\frac{4n_1n_2}{(n_1-n_2)^2}, \tag{13}$$

$$R_{min}=\left|\frac{n_0-\sqrt{n_1n_2}}{n_0+\sqrt{n_1n_2}}\right|^2, \quad \beta_1a_1=\pi m,\ m=0,\pm1,\cdots \tag{14}$$

Формулы (13) и (14) являются условиями полного и минимального отражений света при нормальном падении света на сверхрешётку.

ЕГУ, ЕрПИ *Поступило 20.02.1992*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Касаманян З.А., Юзбашян Э.С.** Уч. записки ЕГУ, 1980, №2, 65.
2. **Касаманян З.А., Юзбашян Э.С.** Уч. записки ЕГУ, 1980, №3, 56.

Զ.Ա.ԿԱՍԱՄԱՆՅԱՆ, Ա.Կ.ՉՈԲԱՆՅԱՆ, Ա.Ժ.ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԼՈՒՅՍԻ ԹԵՔ ԱՆԿՈՒՄԸ ԳԵՐՑԱՆՑԻ ՎՐԱ

Ամփոփում

Գտնված է լույսի անդրադարձման գործակցի ճշգրիտ արտահայտություն գերցանցի վրա թեք անկման ժամանակ, որը իրենից ներկայացնում է n_1 և n_2 բեկման ցուցիչ ունեցող պարբերաբար կրկնվող երկու շերտ: Գտնված է s և p ալիքների լրիվ անդրադարձման պայմանը: Ցույց է տրված, որ n_1 և n_2-ի և ընկնող լույսի հաճախականության համապատասխան ընտրությամբ հնարավոր էզերցանցից անդրադարձման բացակայում, մասնավորապես, գտնված է Բրյուստերի անկյունը:

Z.A. KASAMANIAN, A.K. CHOBANIAN, A.Z. KHACHATRIAN

SLOPING INCIDENT OF THE LIGHT ON THE SUPER-LATTICE

Summary

An exact expression for the coefficient of the light reflection during the sloping incident on the super-lattice has been found, which is a periodical repetation of 2 layers with refraction indeces n_1 and n_2. The conditions of total reflection for S and P waves have been obtained. It is shown that the corresponding selection of n_1 and n_3 and the frequency of the incident light in the absence of refraction from the super-lattice is possible, and, in particular, Brooster's angle is found.