

М. Д. ГРИГОРЯН

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ФУНКЦИЙ, ДОПУСКАЮЩИХ
 ПРИБЛИЖЕНИЕ ДРОБЯМИ С ФИКСИРОВАННЫМИ
 ПОЛЮСАМИ В ПРОСТРАНСТВАХ ОРЛИЧА

Зададим таблицу комплексных чисел

$$\begin{array}{cccc}
 \alpha_{11}, & \alpha_{12}, & \dots & \alpha_{1N_1}, \\
 \alpha_{21}, & \alpha_{22}, & \dots & \alpha_{2N_2}, \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \alpha_{k1}, & \alpha_{k2}, & \dots & \alpha_{kN_k},
 \end{array} \tag{1}$$

такую, чтобы $|\alpha_{kj}| \neq 1$. Среди чисел таблицы могут быть и равные между собой, причём не исключается случай, когда $N_k = \infty$. Пусть $R_k(z)$ — рациональные дроби, все полюса которых — какие-либо числа, взятые из k -й строки таблицы (1). Обозначим те числа α_{kj} , для которых $|\alpha_{kj}| < 1$, через α_{kj}^+ , а те, для которых $|\alpha_{kj}| > 1$, — через α_{kj}^- .

Положим

$$S_k^+ = \sum_j (1 - |\alpha_{kj}^+|), \quad S_k^- = \sum_j \left(1 - \frac{1}{|\alpha_{kj}^-|}\right),$$

где суммирование распространяется на все числа α_{kj}^+ и α_{kj}^- соответственно из k -ой строки таблицы (1).

В [1, 2] мы указали необходимые и достаточные условия для функций $F(e^{i\theta})$, которые приближаются рациональными дробями в пространствах Орлича в случае, если

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k^+ < \infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} S_k^- = \infty.$$

Там же нами было отмечено, что выполнение следующих условий:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k^+ = \infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} S_k^- = \infty$$

в совокупности необходимо и достаточно для полноты рациональных дробей в E_M , которое является замыканием линейной оболочки множества ограниченных, измеримых на $[0, 2\pi]$ функций по норме Орлича в L_M^* . Здесь рассматривается случай, когда

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k^+ < \infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} S_k^- < \infty. \tag{2}$$

В формулируемой ниже теореме даётся описание класса функций, допу-

скающих аппроксимацию в метрике пространства L_M^* , при выполнении условия (2). Обозначим через $\{b_k^+(z)\}$ произведение Бляшке, нулями которого являются все числа α_{kj}^+ из k -ой строки таблицы (1). Рассмотрим всевозможные равномерно сходящиеся внутри круга $|z| < 1$ подпоследовательности $\{b_{k_l}^+(z)\}$ последовательности $\{b_k^+(z)\}$. Обозначим через $B^+(z)$ наилучшую аналитическую мажоранту семейства $\{b_k^+(z)\}$ всевозможных предельных функций для подпоследовательностей $\{b_{k_l}^+(z)\}$. Аналогично введём функцию $B^-(z)$ по числам $\{\alpha_{kj}^-\}$ при помощи последовательности $\{b_k^-(z)\}$ — произведений Бляшке для $|z| > 1$ с нулями в точках α_{kj}^- из k -ой строки (1).

Теорема. Чтобы функция $F(e^{i\theta}) \in L_M$, где $M(u)$ есть N -функция, удовлетворяющая Δ_2 -условию вместе с дополнительной к ней N -функцией $N(v)$, допускала аппроксимацию на $|z|=1$ в метрике L_M последовательностями $\{R_k(z)\}$ с заданными таблицей (1) полюсами, удовлетворяющими условиям (2), необходимо и достаточно, чтобы $F(e^{i\theta})$ являлась одновременно угловыми граничными значениями мероморфных соответственно внутри и вне $|z|=1$ функций $F^+(z)$ и $F^-(z)$, имеющих в соответствующих областях ограниченные характеристики, и таких, произведения которых на $B^+(z)$ и $B^-(z)$ ($F^+(z)B^+(z)$, $F^-(z)B^-(z)$) обязаны входить в классы N_M соответственно в $|z| < 1$ и $|z| > 1$.

Кафедра дифференциальных уравнений

Поступило 23.01.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорян М. Д., Уч. записки ЕГУ, № 1, 137, 1978.
2. Григорян М. Д., ДАН Арм. ССР, том 67, 4, 1978.

Մ. Դ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ՕՐԼԻԶԻ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ ՖԻԺՍՎԱԾ ԲԵՎԵՌՆԵՐ ՈՒՆԵՑՈՂ
 ԻԱՑԻՈՆԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐՈՎ ՄՈՏԱՐԿՎՈՂ ՖՈՒՆԿՑԻՍԱՆԵՐԻ ՄԻ ԴԱՍԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Տրվում են $|z|=1$ շրջանագծի վրա L_M^* Օռլիշի տարածության մետրիկայում ֆունկցիայի ռացիոնալ կոտորակներով մոտարկման անհրաժեշտ և բավարար պայմանները: