

УДК 62.50

А.А. ГУКАСЯН, Т.А. СИМОНЯН

## ОБ ИГРОВОМ ПОДХОДЕ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ДВУХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

Методом экстремального прицеливания рассматриваются игровые задачи управления движением двухзвенного манипулятора. В общем случае исследуются задачи сближения и уклонения линейных систем. Для определенности решены две задачи сближения схвата манипулятора к целевому множеству со скоростью и по координате, а также две задачи уклонения от целевого множества со скоростью и по координате.

**Введение.** Совершенствование конструкции и системы управления робота во многом предполагает обеспечение плавного и контролируемого движения исполнительных органов, свойственных биотехническим объектам. При математическом моделировании движений звеньев, схвата, основания и других частей манипулятора часто трудно учитывать все те факторы, которые могут возникнуть в процессе движения. Контроль над движением в таких ситуациях предполагает осуществление двумя или несколькими управляющими воздействиями, которые могут содействовать или противодействовать друг другу в процессе движения в зависимости от складывающейся ситуации. Его можно осуществить различными способами, напр., выполнением того или иного критерия, который формируется заранее или в процессе движения. Математические методы создания систем управления указанных типов могут быть теоретико-игровыми подходами в различных постановках [1], методами гарантированного управления [2], стохастическими методами управления [3] и др.

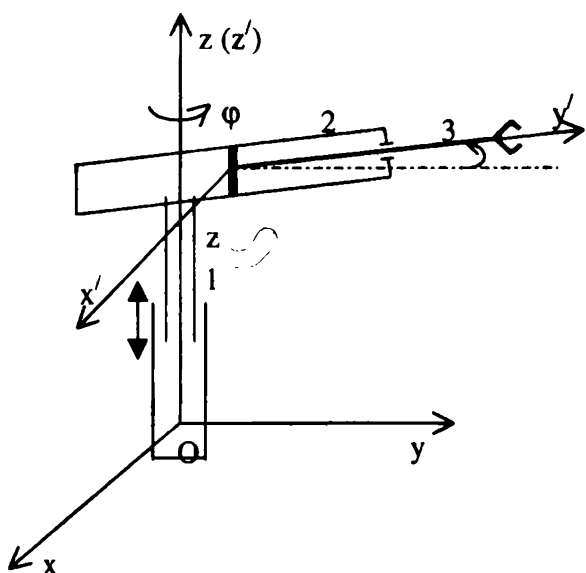
В работе делается попытка создать систему управления вышеуказанного типа для управления двухзвенного манипулятора с двумя степенями подвижности. Предполагается, что управления по степеням подвижности осуществляются двумя управляющими воздействиями, а критериями контроля – обеспечение изменения фазовых координат системы в некоторых областях фазового пространства в различные моменты времени. Исследования проводятся методом экстремального прицеливания в игровых задачах [1].

1. **Математическая модель манипулятора и постановка игровой задачи управления.** Рассматривается манипулятор типичной конструкции [4], кинематическая схема которого представлена на рисунке.

Уравнение движения манипулятора по степеням подвижности  $z$ ,  $\varphi$  при

$g = 0$  описывается следующими дифференциальными уравнениями [6]:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi} &= Q_1, \\ I_2 \ddot{z} &= Q_2, \end{aligned} \quad (1.1)$$



где  $I_1$  – суммарный момент инерции вала (1), направляющей (2) и звена с грузом на схвате (3) относительно оси вращения  $OZ$ .  $I_2 = m_1 + m_2 + m_3$ :  $m_1$  – суммарная масса вала и направляющей,  $m_2$  – масса звена, а  $m_3$  – масса груза на схвате.  $Q_i$  ( $i = 1, 2$ ) – обобщенные управляющие силы и моменты, которые действуют по степеням подвижности  $\varphi$  и  $z$  соответственно.

Обобщенные управляющие воздействия  $Q_i$  ( $i = 1, 2$ ) представим в виде суммы двух слагаемых

$$Q_i = k_i u_i + k'_i v_i \quad (i = 1, 2). \quad (1.2)$$

Предполагается, что первые слагаемые в (1.2) предназначены для обеспечения требуемого движения манипулятора и осуществляются с помощью управляющих приводов. Вторые слагаемые могут возникнуть в процессе движения манипулятора в зависимости от изменения технологического процесса в виде некоторых функций с заданной областью изменения, которые приводят к перемене требуемого движения манипулятора.  $k_i, k'_i$  ( $i = 1, 2$ ) – передаточные числа управляющих приводов или коэффициенты усиления.

После перехода к безразмерным переменным

$$u'_1 = u_1 T^2 / I_1; \quad v'_1 = v_1 T^2 / I_1; \quad z' = z / h; \quad u'_2 = u_2 T^2 / I_2 h; \quad v'_2 = v_2 T^2 / I_2 h \quad (1.3)$$

уравнения (1.1) с последующим опусканием штрихов относительно переменных  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) ( $x_1 = \varphi$ ;  $x_2 = \dot{\varphi}$ ;  $x_3 = z$ ;  $x_4 = \dot{z}$ ) принимают вид

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad (1.4)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & a_3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & a_4 \end{pmatrix}, \quad u = (u_1, u_2)^T, \quad v = (v_1, v_2)^T.$$

В обозначениях (1.3)  $T$  – принятое за единицу измерения характерное время процесса движения манипулятора,  $h$  – максимальная высота схвата

относительно плоскости  $XOY$ . Угол поворота  $\varphi$  и линейное перемещение  $z$  имеют порядок единицы. Тогда для безразмерных переменных и параметров системы (1.4) выполняются следующие соотношения порядков:  $x \sim 1, u \sim 1, v \sim 1$  [1].

Рассматривается следующая задача управления. Пусть в начальный момент времени  $t = t_0, x(t_0) = x^0$  и требуется привести манипулятор в состояние  $x(T) = x^1$ . Управления при этом выбираются из класса частично программных. Так как в процессе движения на систему влияют противодействующие силы или моменты, то в моменты времени  $\vartheta_k (k = 0, 1, \dots, m)$  ( $t_0 = \vartheta_0 < \vartheta_1 < \dots < \vartheta_m = T$ ) система управления манипулятором контролирует свое движение выполнением следующих условий для фазового вектора:

$$M_k = \left\{ x; \sum_{i=1}^4 x_i^2(\vartheta_k) \leq b_k^2, k = 0, 1, 2, \dots, m \right\} \quad (1.5)$$

с заданными ограничениями на управляющие воздействия

$$u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2; \quad v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2. \quad (1.6)$$

В терминах игровой задачи управления поставленная задача имеет игровой смысл, где в качестве управления первого игрока выступают компоненты вектора  $U = (u_1, u_2)$ , а второго – компоненты вектора  $V = (v_1, v_2)$ . Конфликт между виртуальными игроками на каждом интервале  $[\vartheta_k, \vartheta_{k+1}]$  движения появляется со стороны первого игрока по ходу сближения системы с множеством  $M_k$ , а со стороны второго – уклонения системы от множества  $M_k$ .

**2. Задача сближения.** Рассмотрим дифференциальную игру сближения системы (1.4) к моментам времени  $\vartheta_k (k = 1, 2, \dots, m)$  с множествами  $M_k (k = 1, 2, \dots, m)$  (1.5). Для исследования поставленной задачи составим гипотетические рассогласования  $\varepsilon_k^{(0)}(t, x, \vartheta_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) [1]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^{(0)}(t, x, x_1, \dots, x_{l-1}, \{\vartheta_k\}) = & \max_{\Pi} \left[ \sum_{k=1}^{l-1} l'_k x_k + \sum_{k=l-p_k \in M_k}^{l-1} \min l'_k p_k + \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, t] x_k + \right. \\ & + \sum_{k=l-p_k \in M_k}^m \min l'_k p_k + \int_{t, u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2}^{\vartheta_m} \min \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] B(\tau) u d\tau + \\ & \left. + \int_{t, v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2}^{\vartheta_m} \max \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] C(\tau) v d\tau \right] + C, \end{aligned} \quad (2.1)$$

и  $\varepsilon^{(0)}(t, x, x_1, \dots, x_{l-1}, \{\vartheta_k\}) = C$ , если правая часть в (2.1) отрицательна.

Здесь  $\{t, x, \dots\} (t \in [\vartheta_{l-1}, \vartheta_l])$  – начальное положение системы (1.4);  $x_i$ , при  $i \leq l-1$  фиксированы; матрицы  $\bar{X}[t, \tau]$  и  $\bar{X}[t, \tau]$  определяются следующим образом:

$$\bar{X}[t, \tau] = \begin{cases} X[t, \tau] & \text{при } t \geq \tau \\ E & \text{при } t \leq \tau \end{cases};$$

$$\bar{X}[t, \tau] = \begin{cases} X[t, \tau] & \text{при } t > \tau \\ 0 & \text{при } t \leq \tau \end{cases},$$

где  $X[t, \tau]$  – фундаментальная матрица решений однородной части системы (1.4) и имеет вид

$$X[t, \tau] = \begin{pmatrix} 1 & t - \tau & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t - \tau \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; X[t, t] = E,$$

$l_k$  – четырехмерный вектор-столбец ( $k = 1, 2, \dots, m$ ). Из [1] следует, что необходимым и достаточным условием регулярности задачи сближения является требование выпуклости по  $\{\theta_k\}$  следующей функции:

$$\begin{aligned} \mathfrak{K}(t, \{\theta_k, l_k\}) = & - \left[ \int_1^{t_1} \min_{\substack{u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2 \\ k=1}} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\theta_k, \tau] B(\tau) u d\tau + \right. \\ & \left. + \int_1^{t_1} \max_{\substack{v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2 \\ k=1}} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\theta_k, \tau] C(\tau) v d\tau + \sum_{k=1}^m \min_{p_k \in M_k} l'_k p_k \right] + \end{aligned} \quad (2.2)$$

Стратегии первого игрока, обеспечивающие встречу всех движений  $x(t)$  системы (1.4) со всеми множествами  $M_k$  при  $\varepsilon_k^{(0)}(t, x, x_1, \dots, x_{l-1}, \{\theta_k\}) > C$ , определяются из условия [1]:

$$\sum_{k=1}^m l_k^{(0)} \bar{X}[\theta_k, t] B(t) u_c^{(0)} = \min_{\substack{u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2 \\ k=1}} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\theta_k, t] B(t) u, \quad (2.3)$$

где  $l_k^{(0)}$  – максимизирующий вектор из (2.1), а при  $\varepsilon_k^{(0)}(t, x, x_1, \dots, x_{l-1}, \{\theta_k\}) = C$  – любым допустимым управлением  $u_c^{(0)}(t, x)$ , удовлетворяющим ограничениям  $u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2$ .

Ниже для определенности исследуются две задачи сближения.

2.1. Сближение движения манипулятора к множеству (1.5) со скоростью. Рассмотрим задачу сближения при  $m=1$ ,  $l_1 = l_3 = 0$  и (1.6).

Составим функцию  $\mathfrak{K}(t, \{\theta_1, l_k\})$ . Из (2.2), в частности, имеем

$$\begin{aligned} \mathfrak{K}(t, \{\theta_1, l_k\}) = & - \left\{ \int_1^{t_1} \min_{\substack{u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2}} (l_2 a_1 u_1 + l_4 a_3 u_2) dt + \right. \\ & \left. + \int_1^{t_1} \max_{\substack{v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2}} (l_2 a_2 v_1 + l_4 a_4 v_2) dt - b \right\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $\min_{-p \in M} [(0 \ l_2 \ 0 \ l_4) (p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4)] = -b$  (согласно (1.5)).

Определяя  $\min$  и  $\max$  в выражении (2.4) методом неопределенных множителей Лагранжа, получим

$$u_{1e} = \lambda_1 \frac{a_1 l_2}{\sqrt{a_1^2 l_2^2 + a_3^2 l_4^2}}; u_2 = \lambda_1 \frac{a_3 l_4}{\sqrt{a_1^2 l_2^2 + a_3^2 l_4^2}}. \quad (2.5)$$

Аналогичным образом определяются  $v_1$  и  $v_2$ . Подставляя выражения  $u_1, u_2, v_1, v_2$  в (2.4), получим

$$K(t, \{\vartheta_1, l_k\}) = - \left\{ \lambda_1 \sqrt{a_1^2 l_2^2 + a_3^2 l_4^2} (t - \vartheta_1) + \lambda_2 \sqrt{a_3^2 l_2^2 + a_4^2 l_4^2} (t - \vartheta_1) - b \right\}, \quad (2.6)$$

а из (2.3) для стратегии первого игрока в данном случае —

$$u_{1e} = - \frac{l_2 a_1 \lambda_1}{\sqrt{a_1^2 l_2^2 + a_3^2 l_4^2}}; u_{2e} = - \frac{l_4 a_3 \lambda_1}{\sqrt{a_1^2 l_2^2 + a_3^2 l_4^2}}. \quad (2.7)$$

**2.2. Задача сближения по координате.** Рассмотрим задачу сближения в случае, когда  $m = 1, l_2 = l_4 = 0$ , и управления  $u, v$ , удовлетворяют условиям (1.6).

Функция (2.2) в данном случае имеет вид

$$K(t, \{\vartheta_1, l_k\}) = - \left\{ \int_{t_0}^{\vartheta_1} \min_{|u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2} [l_1 a_1 u_1(t - \tau) + l_3 a_3 u_2(t - \tau)] d\tau + \right. \\ \left. + \int_{t_0}^{\vartheta_1} \max_{|v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2} [l_1 a_2 v_1(t - \tau) + l_3 a_4 v_2(t - \tau)] d\tau - b \right\}. \quad (2.8)$$

Из (2.8) и (2.3) следует, что стратегии первого игрока, обеспечивающие встречу с множеством  $M_1$ , имеют вид

$$u_{1e} = \frac{l_1 a_1 \lambda_1}{\sqrt{l_1^2 a_1^2 + l_3^2 a_3^2}}; u_{2e} = \frac{l_3 a_3 \lambda_1}{\sqrt{l_1^2 a_1^2 + l_3^2 a_3^2}}. \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) и (2.7) в (1.4) и интегрируя, получим соответствующие фазовые траектории, обеспечивающие их встречу с множеством  $M_1$ .

**3. Задача уклонения.** Рассмотрим дифференциальную игру уклонения системы (1.4) в моменты времени  $\vartheta_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) от множеств  $M_k$  (1.5).

Составим гипотетические рассогласования

$$\varepsilon_k^{(0)}(t, x, \vartheta_k) = \max_{|P|=1} \left[ l'_k X[\vartheta_k, t] x + \int_{t_0}^{\vartheta_k} \min_{|u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2} l'_k X[\vartheta_k, \tau] B(\tau) u(\tau) d\tau + \right. \\ \left. + \int_{t_0}^{\vartheta_k} \max_{|v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2} l'_k X[\vartheta_k, \tau] C(\tau) v(\tau) d\tau + \min_{-P_k \in M_k} l'_k p_k \right] \quad (k = 1, 2, \dots, m). \quad (3.1)$$

Стратегии второго игрока, обеспечивающие уклонение каждого движения  $x(t)$  системы (1.4) от множеств  $M_k$  до моментов времени  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \dots, \vartheta_m$ , если  $x(t_0) = x^0$  не принадлежит множеству  $M_1$ , определяются из условия [1]:

$$\left\{ \sum_{k=1}^{m-1} \int_{t_0}^{\vartheta_k - \mu} \frac{d\tau}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, x, \tau)]^2} l_k^{(0)j} X[\tau, t] \right\} C v_e(t, x) = \max_{|v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2} \left\{ \sum_{k=1}^m \int_{t_0}^{\vartheta_k - \mu} \frac{d\tau}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, x, \tau)]^2} l_k^{(0)j} X[\tau, t] \right\} C v$$

$$(\vartheta_{k-1} - \mu \leq t \leq \vartheta_k - \mu; k = 1, 2, \dots, m), \quad (3.2)$$

где  $\mu > 0$  – сколь угодно малое число,  $l_k^{(0)}$  – вектор, максимизирующий (3.1), единственность которого следует из выполнения для всех  $l$  условия [1],

$$l'(Bu + Cv) \leq \min_{u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2} l'Bu + \max_{v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2} l'Cv. \quad (3.3)$$

3.1. *Задача уклонения по скорости.* Рассмотрим задачу уклонения системы (1.4) от множества (1.5) при  $m = 1$ ,  $l_1 = l_3 = 0$  и управления  $u$  и  $v$ , удовлетворяющие условиям (1.6). Для удобства вычисления введем следующие обозначения:

$$u_1 = \frac{u_1^*}{a_1}; u_2 = \frac{u_2^*}{a_2}; v_1 = \frac{v_1^*}{a_3}; v_2 = \frac{v_2^*}{a_4}. \quad (3.4)$$

Условия (1.6) при (3.4) принимают вид

$$\left(\frac{u_1^*}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{u_2^*}{a_2}\right)^2 \leq \lambda_1^2; \left(\frac{v_1^*}{a_3}\right)^2 + \left(\frac{v_2^*}{a_4}\right)^2 \leq \lambda_2^2. \quad (3.5)$$

Составим гипотетическое рассогласование (3.1) в рассматриваемом случае:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(0)}(t, x, \vartheta_1) = \max_{\|l\|=1} & \left\{ l_2 x_2 + l_4 x_4 + \int_{\vartheta_1}^t \min_{\substack{\left(\frac{u_1^*}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{u_2^*}{a_2}\right)^2 \leq \lambda_1^2}} \left[ l_2 \frac{u_1^*}{a_1} + l_4 \frac{u_2^*}{a_3} \right] d\tau + \right. \\ & \left. + \int_{\vartheta_1}^t \max_{\substack{\left(\frac{v_1^*}{a_3}\right)^2 + \left(\frac{v_2^*}{a_4}\right)^2 \leq \lambda_2^2}} \left[ l_2 \frac{v_1^*}{a_2} + l_4 \frac{v_2^*}{a_4} \right] d\tau + \min_{p \in M_1} [l_2 p_2 + l_4 p_4] \right\}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Обозначая

$$\begin{aligned} F_1 &= l_2 \frac{u_1^*}{a_1} + l_4 \frac{u_2^*}{a_3} + \mu_1 \left( \left(\frac{u_1^*}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{u_2^*}{a_2}\right)^2 - \lambda_1^2 \right) \\ F_2 &= l_2 \frac{v_1^*}{a_2} + l_4 \frac{v_2^*}{a_4} + \mu_2 \left( \left(\frac{v_1^*}{a_3}\right)^2 + \left(\frac{v_2^*}{a_4}\right)^2 - \lambda_2^2 \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

и определяя экстремальные значения функций  $F_1, F_2$  методом неопределенных множителей Лагранжа  $(\mu_1, \mu_2)$ , получим

$$u_1 = \frac{l_2 \lambda_1}{\sqrt{l_2^2 + l_4^2}}; u_2 = \frac{l_4 \lambda_1}{\sqrt{l_2^2 + l_4^2}}; v_1 = \frac{l_2 \lambda_2}{\sqrt{l_2^2 + l_4^2}}; v_2 = \frac{l_4 \lambda_2}{\sqrt{l_2^2 + l_4^2}}. \quad (3.8)$$

Подставляя (3.8) в (3.6), получим

$$\varepsilon^{(0)}(t, x, \vartheta_1) = \max_{\|l\|=1} \left\{ l_2 x_2 + l_4 x_4 - \lambda_1 \sqrt{l_2^2 + l_4^2} (t - \vartheta_1) + \lambda_2 \sqrt{l_2^2 + l_4^2} (t - \vartheta_1) - b \right\}. \quad (3.9)$$

$\varepsilon^{(0)}(t, x, \vartheta_1)$  принимает свое максимальное значение при векторе  $l^0 (\|l\|=1)$ , компоненты которого имеют вид

$$l_1^0 = 0; l_2^0 = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + x_4^2}}; l_3^0 = 0; l_4^0 = \frac{x_4}{\sqrt{x_2^2 + x_4^2}}. \quad (3.10)$$

Оптимальные стратегии второго игрока  $v_{1e}(t, x)$  и  $v_{2e}(t, x)$ , обеспечивающие уклонение движения манипулятора по скорости от множества  $M_1$  при  $t_0 \leq t \leq \tau \leq \vartheta_1$  и определяемые из (3.2) при (3.10) и (3.9), имеют вид

$$\begin{aligned} v_{1e} &= \lambda_2 A_1(t, x, \vartheta_1) \left[ A_1^2(t, x, \vartheta_1) + B_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{-1/2}, \\ v_{2e} &= \lambda_2 B_1(t, x, \vartheta_1) \left[ A_1^2(t, x, \vartheta_1) + B_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_1(t, x, \vartheta_1) &= - \int_t^{\vartheta_1} \frac{l_2^0}{\left[ \varepsilon^{(0)}(t, x, \tau) \right]^2} d\tau; \quad B_1(t, x, \vartheta_1) = - \int_t^{\vartheta_1} \frac{l_4^0}{\left[ \varepsilon^{(0)}(t, x, \tau) \right]^2} d\tau, \\ \varepsilon^{(0)}(t, x, \vartheta_1) &= \sqrt{x_2^2 + x_4^2} + (\lambda_2 - \lambda_1)(t - \vartheta_1) - b. \end{aligned}$$

3.2. *Задача уклонения по координате.* Рассмотрим задачу уклонения системы (1.4) от множества (1.5) при  $m = 1$ ,  $l_1 = l_3 = 0$  и (3.4)–(3.6).

Гипотетическое рассогласование (3.1) в данном случае будет

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(0)}(t, x, \vartheta_1) &= \max_{\|l\|=1} \left\{ l_1 [x_1 + x_2(t - \tau)] + l_3 [x_3 + x_4(t - \tau)] + \right. \\ &\quad \left. + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{(t - \vartheta_1)^2}{2} - b \right\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Максимизирующий вектор  $l^0 (\|l^0\| = 1)$  имеет компоненты

$$\begin{aligned} l_1^0 &= C_1(t, x, \vartheta_1) \left[ C_1^2(t, x, \vartheta_1) + D_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{-1/2}, \quad l_2^0 = 0, \\ l_3^0 &= D_1(t, x, \vartheta_1) \left[ C_1^2(t, x, \vartheta_1) + D_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{-1/2}, \quad l_4^0 = 0, \end{aligned}$$

а гарантированными стратегиями второго игрока являются

$$\begin{aligned} v_{1e} &= \lambda_2 C_1(t, x, \vartheta_1) \left[ C_1^2(t, x, \vartheta_1) + D_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{-1/2} \\ v_{2e} &= \lambda_2 D_1(t, x, \vartheta_1) \left[ C_1^2(t, x, \vartheta_1) + D_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

где  $C_1(t, x, \vartheta_1) = - \int_t^{\vartheta_1} \frac{l_1^0(t - \tau)}{\left[ \varepsilon^{(0)}(t, x, \tau) \right]^2} d\tau$ ;  $D_1(t, x, \vartheta_1) = - \int_t^{\vartheta_1} \frac{l_3^0(t - \tau)}{\left[ \varepsilon^{(0)}(t, x, \tau) \right]^2} d\tau$ ,

$$\varepsilon^{(0)}(t, x, \vartheta_1) = \left[ C_1^2(t, x, \vartheta_1) + D_1^2(t, x, \vartheta_1) \right]^{1/2} + \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{2} (t - \vartheta_1)^2 - b.$$

Подставляя (3.11) и (3.13) в уравнение (1.4) и интегрируя при соответствующих начальных условиях, получим пучок движений манипулятора  $x(t)$ , уклоняющий от целевого множества  $M_1$  (по скорости и по координате соответственно) при любом допустимом воздействии со стороны первого игрока.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1983.
3. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
4. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы. М.: Машиноведение, 1983.
5. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989.

Ա.Ա. ՂՈՒԿԱՍՅԱՆ, Թ.Ա. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

ԵՐԿՕՂԱԿ ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐԻ ԸԱՐԺՄԱՆ ԴԵԿԱՎԱՐՄԱՆ  
ԽԱՂԱՅԻՆ ՄՈՏԵՑՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

### Ամփոփում

Էքստրեմալ նշանառության մեթոդով դիտարկվում են երկօղակ մանիպուլյատորի շարժման ղեկավարման խաղային խնդիրներ: Ընդհանուր դեպքում հետազոտվում են գծային համակարգերի մոտեցման և շեղման խնդիրներ: Որոշակիության համար լուծված են մանիպուլյատորի բռնիչի նպատակային բազմությանը մոտեցման երկու խնդիրներ՝ ըստ արագության և ըստ կոորդինատի, ինչպես նաև նպատակային բազմությունից շեղման երկու խնդիրներ՝ ըստ արագության և ըստ կոորդինատի:

A.A. GHUKASIAN, T.A. SIMONIAN

## GAME APPROACH FOR DOUBLE LINK MANIPULATOR MOVEMENT

### Summary

Game problems for the double link manipulator movement are considered with the use of the extreme targeting method. Problems of rapprochement and deviation of linear systems are investigated. For certainty, two problems of rapprochement of the manipulator grasp to the target set are solved with respect to the speed and coordinates as well as two problems of the deviation from the target set with respect to the speed and coordinates.