УДК 519.71

Г. П. ТОНОЯН

О ПОПАРНО НЕСРАВНИМЫХ ВЕРШИНАХ ЕДИНИЧНОГО n-МЕРНОГО КУБА И ОЦЕНКЕ ЧИСЛА ШАГОВ ОДНОГО АЛГОРИТМА

Множество всех двоичных наборов длины n обозначим через B^n. Будем говорить, что набор $\tilde{\alpha}=(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ предшествует набору $\tilde{\beta}=(\beta_1, \ldots, \beta_n)$, если $\alpha_i \leqslant \beta_i$, $i=1, 2, \ldots, n$. Наборы $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$ сравнимы, если один из них предшествует другому.

Пусть $\tilde{\gamma}$, $\tilde{\beta}\in B^n$. Положим

$$B_1(n)=\{\tilde{\alpha}\in B^n|(0, \ldots, 0)<\tilde{\alpha}<\tilde{\gamma}\},\ B_2(n)=\{\tilde{\alpha}\in B^n|\tilde{\beta}<\tilde{\alpha}<(1, \ldots, 1)\},$$

$$B_t^n=\left\{(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)\in B^n\,\middle|\,\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=t\right\} \text{ и } A(t)=B_t^n\diagdown(B_t^n\cap(B_1(n)\cup B_2(n))).$$

Справедлива следующая

Теорема. Множества, на которых достигается $\max\limits_{A\in M}|A|$, они и только они являются максимальными множествами попарно несравнимых вершин $\tilde{\alpha}\in B^n$, не принадлежащих множествам $B_1(n)$ и $B_2(n)$, где

$$M=\begin{cases}\left\{A\left(\frac{n}{2}+1\right),\ A\left(\frac{n}{2}\right),\ A\left(\frac{n}{2}-1\right)\right\} & \text{при четном}\\ \left\{A\left(\frac{n+1}{2}\right),\ A\left(\frac{n-1}{2}\right)\right\} & \text{при нечетном.}\end{cases}$$

Из теоремы, полагая $B_1(n)=\varnothing$, $B_2(n)=\varnothing$, получаем результат В. М. Михеева [1].

Основываясь на теорему, можно дать другое доказательство верхней оценки числа шагов алгоритма нахождения максимального верхнего нуля монотонной булевой функции, описанного в [2]. При этом множество всех монотонных функций можно разбить на классы и найти максимальное число шагов этого алгоритма для функций каждого класса. Именно, если M_n^t—множество всех монотонных функций, верхние нули которых находятся на t-ом уровне множества B^n, и $K(n, t)$—максимальное число шагов этого алгоритма для класса M_n^t, то справедливо следующее утверждение:

1. Если $t\geqslant\left[\frac{n}{2}\right]$, то $K(n, t)=C_n^{\left[\frac{n}{2}\right]}-C_t^{\left[\frac{n}{2}\right]}-\left[\frac{n}{2}\right]+t+2$.

2. Если $t<\left[\frac{n}{2}\right]$, то $K(n, t)=C_n^{t+1}+\left[\frac{n}{2}\right]-t$.

Если известно, что для любой функции $f\in M_n^t$ первый этап этого алгоритма состоял из $m+1$ шагов, то тогда для $K(n, t)$ справедливо:

1. Если $t\geqslant\left[\frac{n}{2}\right]$, то $K(n, t)=t+2m+1-\left[\frac{n}{2}\right]+\max\limits_{A\in M}|A|$.

2. Если $t<\left[\frac{n}{2}\right]$, то $K(n, t)=C_n^{t+1}-C^{n-t-1}_{\left[\frac{n+1}{2}\right]+m-1}+t+2m+1-\left[\frac{n}{2}\right]$.

ВЦ АН Арм. ССР и ЕГУ

Поступило 29.04.1980

ЛИТЕРАТУРА

1. **Михеев В. М.**, Проблемы кибернетики, в. 2, М., 1959.
2. **Катериночкина Н. Н.**, ДАН СССР, 224, № 3, 1975.

Գ. Գ. ՏՈՆՈՅԱՆ

n—ՉԱՓԱՆԻ ՄԻԱՎՈՐ ԽՈՐԱՆԱՐԴԻ ԶՈՒՅԳ ԱՌ ԶՈՒՅԳ ԱՆՀԱՄԵՄԱՏԵԼԻ ԳԱԳԱԹՆԵՐԻ ԵՎ ՄԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ՔԱՅԼԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկվում են միավոր n-չափանի խորանարդի B_1 և B_2 որոշակի ենթախորանարդներ։ Գտնվում է միավոր n-չափանի խորանարդի այն մաքսիմալ զույգ առ զույգ անհամեմատելի գագաթների բազմությունը, որի տարրերը չեն պատկանում B_1 և B_2 ենթախորանարդներին։ Հիմնվելով այդ արդյունքի վրա առաջարկվում է մոնոտոն բուլյան ֆունկցիայի մաքսիմալ վերին զրոն գտնելու ալգորիթմներից մեկի քայլերի քանակի վերին գնահատականի ուրիշ ապացույց։ Ընդ որում, դիտարկվում է մոնոտոն բուլյան ֆունկցիաների բազմության որոշակի տրոհում դասերի, և յուրաքանչյուր դասի համար նշվում է ալգորիթմի մաքսիմալ քայլերի քանակը։