ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 3,1990 **Естественные науки**

Математика

УДК 517.53

С.Г.РАФАЁЛЯН

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ЦЕЛЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА. II* (продолжение)

§ 3. **Теоремы интерполяции.** а) Пусть $S(z)\in S_D^{(\chi)}$ и $\{z_k\}_0^\infty$ — последовательность ее корней. Рассмотрим ряды вида

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \frac{S(z)e^{H(z_k)}}{S'(z_k)(z-z_k)}. \tag{3.1}$$

Нас интересует вопрос: когда этот ряд определяет функцию из класса $W_D^{p,\omega}$?

Обозначим через $l_\chi^{p,\omega}$ класс последовательностей комплексных чисел $\{c_k\}_0^\infty$, удовлетворяющих условию

$$\left\|\{c_k\}\right\|_{p,\omega,\chi} = \left\{\sum_0^\infty |c_k|^p(1+|z_k|)^\omega\right\}^{1/p} < +\infty. \tag{3.2}$$

Лемма 3.1. Пусть $\{c_k\}_0^\infty \in l_\chi^{p,\omega}$ и $p\chi+\omega > -1$. Тогда ряд (3.1) сходится абсолютно и равномерно на любом компакте комплексной плоскости и определяет целую функцию $f(z)$, причем

$$f(z_k) = c_k e^{H(z_k)} \quad (k=0,1,2,\dots). \tag{3.3}$$

Доказательство. Пусть K — компакт в комплексной плоскости, не содержащий корней z_k функции $S(z)$. Для отрезков ряда (3.1) получим

$$|\Phi_{n,m}(z)| = \left|\sum_n^m c_k \frac{S(z)e^{H(z_k)}}{S'(z_k)(z-z_k)}\right| \leqslant B_1 \sum_n^m |c_k| \frac{e^{H(z_k)}}{|S'(z_k)||(z-z_k)|}.$$

В силу оценки (2.5) и неравенства Гельдера имеем

$$|\Phi_{n,m}(z)| \leqslant B_2 \sum_n^m |c_k|(1+|z_k|)^{-\chi-1} \leqslant B_2\left[\sum_n^m |c_k|^p(1+|z_k|)^\omega\right]^{1/p}\cdot$$

$$\cdot\left[\sum_n^m (1+|z_k|)^{-q(\frac{\omega}{p}+\chi+1)}\right]^{1/q}. \tag{3.4}$$

Но ввиду условия $\omega+p\chi > -1$ будем иметь $-q(\omega/p+\chi+1) < -1$, и т.к. $\{z_k\}_1^\infty$ — суть нули ц.ф.э.т. $S(z)$, то очевидно, что ряд с общим членом $(1+|z_k|)^{-q(1+\chi+\omega/p)}$ сходящийся. Значит,

---

* Начало см. "Уч.записки" ЕГУ, 1990, №2.

$$|\Phi_{n,m}(z)| \leqslant B_3\left\{\sum_n^m |c_k|^p(1+|z_k|)^{\omega}\right\}^{1/p} = B_3\|\{c_k\}_n^m\|_{p,\omega,\chi}. \quad (3.5)$$

Отсюда вытекает, что ряд (3.1) равномерно сходится на K. Применив принцип максимума, мы заключаем, что ряд (3.1) равномерно сходится в каждой ограниченной области и, следовательно, представляет целую функцию с интерполяционными свойствами (3.3).

Докажем, наконец, основную теорему.

Т е о р е м а 3.1. Пусть $\{z_k\}_0^{\infty}$ – последовательность нулей функции $S(z)\in S_D^{(\chi)}$ и $\omega+p\chi \in (-1, p-1)$. Тогда

1°) для любого элемента $\{c_k\}\in l_{\chi}^{p,\omega}$ ряд (3.1) сходится по норме пространства $W_D^{p,\omega}$ и определяет функцию $f(z) \in W_D^{p,\omega}$, удовлетворяющую интерполяционным условиям (3.3);

2°) кроме того, будем иметь

$$\|f\|_{D,p,\omega} \asymp \|\{c_k\}\|_{p,\omega,\chi}. \quad (3.6)$$

Доказательство. В силу условия $\omega+p\chi > -1$ отрезок ряда (3.1) $\Phi_{n,m}(z)\in W_D^{p,\omega}$.

Разобъем $\{z_k\}_0^{\infty}$ на n отдельных последовательностей $Z_j = \{z_{k,j}\}_{k=0}^{\infty}$ $(1\leqslant j\leqslant n)$ – корней функции $S(z)$, расположенных в полуполосах $\Pi_j(K)$ (если z_k принадлежит одновременно нескольким полуполосам, то отнесем его к полуполосе с меньшим номером). Перенумеровав соответственно $\{c_k\}$, перепишем (3.1) в виде

$$f(z) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_{k,j}S(z)e^{H(z_{k,j})}}{S'(z_{k,j})(z-z_{k,j})}. \quad (3.7)$$

Достаточно доказать, что каждый из n-внутренних рядов

$$f_j(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{k,j}\frac{S(z)e^{H(z_{k,j})}}{S'(z_{k,j})(z-z_{k,j})} \quad (3.8)$$

сходится по норме $W_D^{p,\omega}$ и что

$$\|f_j\|_{D,p,\omega} \asymp \|\{c_{k,j}\}\|_{p,\omega,\chi} \quad (1\leqslant j\leqslant n). \quad (3.9)$$

Достаточно провести доказательство для $j=1$ с учетом (для простоты) $\nu_1=0$, $h(0)=0$. Положим $h=\sup(|\mathrm{Im} z_{k,1}|+1)$ и обозначим

$$\Phi_{n,m}^{(1)}(z) = \sum_n^m c_{k,1}\frac{S(z)e^{H(z_{k,1})}}{S'(z_{k,1})(z-z_{k,1})}. \quad (3.10)$$

В силу неравенства (1.13) получим

$$\left\|\Phi_{n,m}^{(1)}(z)\right\|_{D,p,\omega} \leqslant D_1\left\|\Phi_{n,m}^{(1)}(z+ih)\right\|_{D,p,\omega}. \quad (3.11)$$

Так как

$$\left\|\Phi_{n,m}^{(1)}(z+ih)\right\|_{D,p,\omega} = \max_{1\leqslant j\leqslant n}\left\{\int_0^{\infty}|S(re^{i\theta_j}+ih)|^p e^{-prh(\theta_j)}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left|\sum_n^m \frac{c_{k,1}e^{H(z_{k,1})}}{S'(z_{k,1})(re^{i\theta_j}-z_{k,1})}\right|^p r^{\omega}dr\right\}^{1/p}$$

и $|S(re^{i\theta_j}+ih)|e^{-rh(\theta_j)} \leqslant D_2 r^{\chi}$, остается доказать, что

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|\sum_n^m \frac{c_{k,1}e^{H(z_{k,1})}}{S'(z_{k,1})(re^{i\theta_j}+ih-z_{k,1})}\right|^p r^{\omega+p\chi}dr \leqslant D_3\left\|\{c_{k,1}\}\right\|^p_{p,\omega,\chi}. \quad (3.12)$$

Обозначим через $H^{p,\omega}_{\pm}$ соответственно множества аналитических в полуплоскостях $\pm \mathrm{Im} z \geqslant 0$ функций $f(z)$, для которых

$$\sup_{0<\theta<\pi}\int_0^{\infty}\left|f(re^{\pm i\theta})\right|^p r^{\omega}dr = \|f\|^p_{p,\omega} < +\infty .$$

Поскольку все полосы рациональной функции

$$\varphi^{(1)}_{n,m}(z+ih) = \frac{\Phi^{(1)}_{n,m}(z+ih)}{S(z+ih)} = \sum_n^m \frac{c_{k,1}e^{H(z_{k,1})}}{S'(z_{k,1})(z+ih-z_{k,1})}$$

расположены в нижней полуплоскости, то $\varphi^{(1)}_{n,m}(z+ih)\in H^{p,\omega_1}_{+}$, $\omega_1=\omega+p\chi$, и величина, стоящая в левой части неравенства (3.12), оценивается H^{p,ω_1}_{+} –нормой функции $\varphi^{(1)}_{n,m}(z+ih)$. Для вычисления этой нормы воспользуемся известным фактом, что пространство, сопряженное с H^{p,ω_1}_{+} – это пространство H^{q,ω_2}_{-}, где $1/p+1/q=1$ и $\omega_2=-\frac{q}{p}\omega_1$. При этом линейный функционал в H^{p,ω_2}_{+} имеет вид

$$\ell(\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)\psi(x)dx,$$

где функция $\psi(z)\in H^{q,\omega_2}_{-}$ единственным образом определяется по ℓ и $\|\psi\|\leqslant B\|\ell\|$. Следовательно, по принципу двойственности, будем иметь

$$\left\|\varphi^{(1)}_{n,m}(x+ih)\right\|_{p,\omega_1} = \sup_{\|\ell\|\leqslant 1}|\ell(\varphi^{(1)}_{n,m})| =$$

$$= \sup\left\{\left|\int_{-\infty}^{\infty}\varphi^{(1)}_{n,m}(x+ih)\psi(x)dx\right|, \|\psi\|_{q,\omega_2}\leqslant 1\right\}, \quad (3.13)$$

где $1/p+1/q=1$ и $\omega_2=-\frac{q}{p}\omega_1$.

Вычислив интеграл в правой части (3.13) (применив теорему о вычетах), получим

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi^{(1)}_{n,m}(x+ih)\psi(x)dx = 2\pi i\sum_n^m c_{k,1}e^{H(z_{k,1})}\frac{\psi(z_{k,1}-ih)}{S'(z_{k,1})}. \quad (3.14)$$

Но, по неравенству Гельдера, мы имеем

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty}\varphi^{(1)}_{n,m}(x+ih)\psi(x)dx\right| \leqslant D_4\left\{\sum_n^m |c_{k,1}|^p(1+|z_{k,1}|^{\omega}\right\}^{1/p}$$

$$\cdot\left\{\sum_n^m |\psi(z_{k,1}-ih)|^q(1+|z_k|^{-q(\chi+\omega/p)}\right\}^{1/q}. \quad (3.15)$$

Так как $\psi(z)\in H^{p,\omega_2}_{-}$, то из леммы 3.2 [2] следует неравенство

$$\left\{\sum_n^m |\psi(z_{k,1}-ih)|^q(1+|z_{k,1}|^{-q(\chi+\omega/p)}\right\}^{1/q} \leqslant D_5\|\psi\|_{q,\omega_2}.$$

Отсюда и из (3.15) получим

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty}\varphi^{(1)}_{n,m}(x+ih)\psi(x)dx\right| \leqslant D_6\left\|\{c_{k,1}\}^m_n\right\|_{p,\omega,\chi}. \quad (3.16)$$

Следовательно, неравенства (3.12) доказаны.

Мы получили также, что справедливы неравенства

$$\|\Phi_{n,m}\|_{D,p,\omega} \leqslant D_7 \|\{c_k\}_n^m\|_{p,\omega,\chi} \quad (1\leqslant n\leqslant m<\infty). \tag{3.16}$$

Так как $\{c_k\}\in\ell_{\chi}^{p,\omega}$, то $\|\Phi_{n,m}\|_{D,p,\omega}\to 0$ при n, $m\to\infty$. Значит, ряд (3.7) сходится по норме $W_D^{p,\omega}$ и, таким образом, $f(z)\in W_D^{p,\omega}$.

Из (3.11) следует также оценка $\|f\|_{D,p,\omega} \leqslant D_8 \|\{c_k\}\|_{p,\omega,\chi}$.

Поскольку обратное неравенство вытекает из леммы 1.5, то теорема полностью доказана.

Справедлива и обратная теорема.

Теорема 3.2. Каждая целая функция $f(z)\in W_D^{p,\omega}$ разлагается в ряд

$$f(z) = \sum_0^{\infty} f(z_k)\frac{S(z)e^{H(z_k)}}{S'(z_k)(z-z_k)}, \tag{3.17}$$

где $\{z_k\}_0^{\infty}$ – нули целой функции $S(z)\in S_D^{(\chi)}$ и $\omega+p\chi\in(-1,p-1)$.

Доказательство. Сначала заметим, что по леммам 1.5 и 3.1 будем иметь сходимость ряда (3.17), а по теореме 3.1 сумма этого ряда принадлежит классу $W_D^{p,\omega}$. Функция

$$\varphi(z) = f(z) - \sum_0^{\infty} f(z_k)\frac{S(z)e^{H(z_k)}}{S'(z_k)(z-z_k)},$$

очевидно, принадлежит пространству $W_D^{p,\omega}$ и $\varphi(z_k)=0$ $(k\geqslant 0)$. Рассмотрим функцию

$$\psi(z) = \frac{\varphi(z)}{S(z)},$$

которая, очевидно, вновь будет целой.

Ввиду неравенств (1.3) леммы 1.2 и определения класса $S_D^{(\chi)}$ функция $\psi(z)$ вне D_K оценивается следующим образом:

$$|\psi(z)| \leqslant c\|\varphi\|_{D,p,\omega}(1+|z|)^{-\frac{\omega}{p}-\chi}(1+\rho(z;(N_j))^{-1/p}.$$

Отсюда видно, что вне D_K функция $|\psi(z)|$ ограничена. Ограниченность функции $|\psi(z)|$ в D_K вытекает из теоремы Фрагмена-Линделефа. Значит, целая функция $\psi(z)\equiv a_0=\mathrm{Const}$. Далее, из условий теоремы $\omega\in(-1,p-1)$ и $\omega+p\chi\in(-1,p-1)$ вытекает, что $\chi\in(-1,1)$ и, следовательно, $S(z)\bar{\in}W_D^{p,\omega}$. А это означает, что $\varphi(z)=\psi(z)\equiv 0$ и тем самым разложение (3.17) доказано.

Отсюда вытекает

Следствие. Если $f(z)\in W_D^{p,\omega}$, $\{z_k\}_0^{\infty}$ – нули функции $S(z)\in S_D^{(\chi)}$, $\omega+p\chi\in(-1,p-1)$ и $f(z_k)=0$ $(k\geqslant 0)$, то $f(z)\equiv 0$.

Объединив результаты теорем 3.1 и 3.2, мы приходим к следующей теореме.

Теорема 3.3. Пусть $\{z_k\}_0^{\infty}$ – нули функции $S(z)\in S_D^{(\chi)}$, где $\omega+p\chi\in(-1,p-1)$. Тогда ряд (3.1) осуществляет линейное топологическое отображение всего пространства $\ell_{\chi}^{p,\omega}$ на пространство $W_D^{p,\omega}$, причем справедливы двойные оценки

$$\|f\|_{D,p,\omega} \asymp \|\{c_k\}\|_{p,\omega,\chi}.$$

Отметим, что в специальном случае, когда $\omega=0$ и $\chi=0$, отсюда следуют интерполяционные теоремы работы [1]. Теорема 3.3 является новой даже при $\omega=0$.

§4. Реализация общей теоремы. В этом параграфе приводится один важный специальный случай из предыдущих результатов, имеющий особый интерес.

а) Целая функция типа Миттаг-Леффлера порядка $\rho=1/2$ и типа 1 определяется посредством разложения

$$E_{1/2}(z;\mu) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{\Gamma(\mu+2k)} \qquad (\mu>0). \tag{4.1}$$

Для частных значений параметра $\mu=1$ или $\mu=2$ будем иметь

$$E_{1/2}(-z^2;1) = \cos z,\ E_{1/2}(-z^2;2) = \frac{\sin z}{z}.$$

Для значений параметра $\mu\in(0,3)$ функция $E_{1/2}(z;\mu)$ обладает следующими асимптотическими свойствами (см.[2], лемму 3.5).

1°. При $0\leqslant\arg z\leqslant\pi$ и $-\pi\leqslant\arg z\leqslant 0$ соответственно имеем для значений $-1<\nu<2$;

$$E_{1/2}(z;1+\nu) = \frac{1}{2}z^{-\nu/2}\left\{e^{z^{1/2}} + e^{\pm i\pi\nu}e^{-z^{1/2}}\right\} + O(1/z). \tag{4.2}$$

В частности, при $0<x<+\infty$

$$E_{1/2}(-x;1+\nu) = x^{-\nu/2}\cos((x)^{1/2}-\frac{\pi}{2}\nu) + O(1/x),\ x\to+\infty .$$

Приведем теперь необходимые сведения о распределении корней функции

$$\mathcal{E}_\sigma(z^2;\nu) = E_{1/2}(-\sigma^2z^2;1+\nu). \tag{4.3}$$

Свойства этих корней установлены М.М.Джрбашяном (см.[3],лемму 1.1).

2°. Все корни функции $\mathcal{E}_\sigma(z^2;\nu)$ при $0\leqslant\nu<2$ действительные и простые.

Пусть $\{x_k\}_{-\infty}^{\infty}$ $(x_k<x_{k+1})$ — последовательность всех корней функции $\mathcal{E}_\sigma(z^2;\nu)$.

3°. $|x_k| \asymp 1+|k|$ $(k=\pm1,\pm2,\dots)$. (4.4)

б). Введем в рассмотрение функции

$$G_\nu(z) = \prod_{k=1}^{n}\mathcal{E}_\sigma(e^{-2i\theta_k}z^2;1+\nu), \tag{4.5}$$

где $\theta_k = \dfrac{\pi(k-1)}{n}$ $(1\leqslant k\leqslant n,\ n\geqslant1)$, $0\leqslant\nu<2$.

Т е о р е м а 4.1. 1°. Функция $G_\nu(z)$ принадлежит классу $S_D^{(-n\nu)}$, где D — правильный 2n-угольный многоугольник с вершинами

$$w_k = \frac{\sigma}{\sin(\pi/2n)}e^{i\frac{2k-1}{2n}\pi},\ (1\leqslant k\leqslant 2n).$$

2°. Все нули функции $G_\nu(z)$ расположены на лучах $N_k=\{z;\ \arg z= =\pm\dfrac{\pi(k-1)}{n}\ (1\leqslant k\leqslant n)\}$ (т.е. на нормалях многоугольника D).

3°. Если обозначим через $\{\xi_j^{(k)}\}_{j=1}^{\infty}$ нули функции $G_\nu(z)$, расположенные на нормали N_k, то

$$\zeta_j^{(k)} = x_j e^{i\frac{\pi}{n}(k-1)},\ (j\geqslant1,\ 1\leqslant k\leqslant 2n). \tag{4.6}$$

Доказательство. Утверждения 2° и 3° теоремы непосредственно вытекают из свойств 2° и 3° нулей функции $\mathcal{E}_\sigma(z;\nu)$. Докажем утверждение 1°. Для этого достаточно установить неравенства

$$0 < c < |G_\nu(z)|e^{-H(z)}|z|^{n\nu} < c < +\infty \qquad (4.7)$$

для всех точек $z \in \nu D_K$-границы D_K-звезды.

Достаточно доказать справедливость неравенства (4.7) при $\operatorname{Im} z = K > 0$ и $\operatorname{Re} z > 0$, поскольку в остальных случаях доказательство будет аналогичным.

Из асимптотических формул (4.2) следует, что при $0 \leqslant \arg z \leqslant \pi/2$

$$|E_{1/2}(-\sigma^2 z^2; 1+\nu)| \asymp |z|^{-\nu} |\cos(\sigma z + \pi\nu/2)| + O(1/|z|). \qquad (4.8)$$

Теперь из определения (4.5) функции $G_\nu(z)$ и из (4.8) вытекает, что

$$|G_\nu(x+iK)| \asymp |x+iK|^{-n\nu} \exp\left\{\sum_{k=1}^{n} \left|\sigma K \cos\frac{\pi(k-1)}{n} - \sigma x \sin\frac{\pi(k-1)}{n}\right|\right\} \qquad (4.9)$$

при всех $x > 0$.

Пользуясь тем фактом, что $\sum\limits_{1}^{n} \cos\frac{\pi}{n}(k-1) = 1$,

$$\left|\sum_{1}^{n} \sin\frac{\pi}{n}(k-1)\right| = \sum_{k=1}^{n} \sin\frac{\pi}{n}(k-1) = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n},$$

из соотношения (4.9) имеем

$$|G_\nu(x+iK)| \asymp |x+iK|^{-n\nu} \exp\left\{x\sigma \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n} - K\sigma\right\} \qquad (4.10)$$

при $x \geqslant x_0$ $\left(x_0 \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n} - K > 0\right)$.

С другой стороны, если $z \in \Gamma_1$, то $e^{-H(z)} = |e^{-\bar{w}_1 z}|$ и, следовательно,

$$\exp\{-H(x+iK)\} = \exp\{-\operatorname{Re}[\bar{w}_1(x+iK)]\} = \exp\left\{-\operatorname{Re}\left[(x+iK)\frac{\sigma}{\sin\frac{\pi}{2n}} e^{-i\frac{\pi}{2n}}\right]\right\} =$$

$$= \exp\left\{-x\sigma \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n} - K\sigma\right\}.$$

Отсюда и из (4.10) окончательно получим

$$|G_\nu(x+iK)|e^{-H(x+iK)}|x+iK|^{n\nu} \asymp e^{2\sigma K},$$

и теорема доказана.

в). Введем единую нумерацию для всех нулей функции $G_\nu(z)$, определив последовательность чисел $\{\zeta_k\}_1^\infty$ таким образом:

$$\zeta_k = x_1 \exp\left\{i\frac{\pi(k-1)}{n}\right\} \quad \text{при} \quad 1 \leqslant k \leqslant 2n,$$

$$\zeta_k = x_2 \exp\left\{i\frac{\pi(k-1)}{n}\right\} \quad \text{при} \quad 2n+1 \leqslant k \leqslant 4n \quad \text{и т.д.}$$

Основная теорема 3.3 в терминах функции $G_\nu(z)$ принимает вид:

Теорема 4.2. Пусть $\{\zeta_k\}$ — последовательность нулей функции $G_\nu(z)$ и так всегда, $0 \leqslant \nu < 2$, $1 < p < +\infty$, $-1 < \omega < p-1$. Если, кроме того,

$$\frac{\omega+1-p}{np} < \nu < \frac{1+\omega}{np},$$

то ряд

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \frac{G_\nu(z)e^{H(\zeta_k)}}{G'_\nu(\zeta_k)(z-\zeta_k)}$$

осуществляет линейное топологическое отображение пространства $\ell^{p,\omega}_{-n\nu}$ на пространство $W^{p,\omega}_{\sigma}$, при этом справедливо соотношение

$$\|f\|_{D,p,\omega} \asymp \|\{c_k\}\|_{p,\omega,-n\nu}.$$

Автор благодарен академику АН Армении М.М.Джрбашяну за внимание при выполнении данной работы.

Кафедра теории функций *Поступила 26.12.1989*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Левин Б.Я., Любарский Ю.И.** Интерполяция целыми функциями специальных классов и связанные с нею разложения в ряды экспонент. -Изв.АН СССР, сер.матем., 1975, т.39, №3, с.657-702.
2. **Джрбашян М.М.** Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. М.:Наука, 1966.
3. **Джрбашян М.М.** Интерполяционные и спектральные разложения, ассоциированные с дифференциальными операторами дробного порядка. - Изв.АН Арм.ССР, Математика, 1984, т.XIX, №2, с.81-181.

Ամփոփում

Ապացուցվում է հետևյալ հիմնական թեորեմը.

Թեորեմ – Դիցուք $\{z_k\}_0^\infty$-ը $S(z)\in S_D^{(\chi)}$ ֆունկցիայի զրոների հաջորդականությունն է, և $\omega+p\chi\in(-1,p-1)$:

Այդ դեպքում հետևյալ շարքի միջոցով՝

$$f(z) = \sum_0^\infty c_k \frac{S(z)e^{H(z_k)}}{S'(z_k)(z-z_k)}:$$

ստեղծվում է գծային տոպոլոգիական արտապատկերում $\ell^{p,\omega}_{\chi}$ և $W^{p,\omega}_{D}$ տարածությունների միջև, ընդ որում տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը.

$$\|f\|_{D,p,\omega} \asymp \|\{c_k\}\|_{p,\omega,\chi}:$$

SUMMARY

The following basic theorem is proved in the article.

Theorem: Let $\{z_k\}_0^\infty$ be the sequence of zeros of $S(z)\in S_D^{(\chi)}$ and $\omega+p\chi\in(-1,p-1)$. Then with the help of the following series

$$f(z) = \sum_0^\infty c_k \frac{S(z)e^{H(z_k)}}{S'(z_k)(z-z_k)}$$

between the $\ell^{p,\omega}_{\chi}$ and $W^{p,\omega}_{D}$ a linear topologic mapping is established, with the following inequality taking place

$$\|f\|_{D,p,\omega} \asymp \|\{c_k\}\|_{p,\omega,\chi}.$$