ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ   2, 1977   Естественные науки

Математика

Ю. М. МОВСИСЯН

ЯДЕРНЫЕ КОНГРУЭНЦИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ АЛГЕБР

В настоящей работе продолжается исследование категорий универсальных алгебр, в которых множествами морфизмов являются пары $(\varphi, \tilde{\psi})$ отображений. А именно, пусть $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ и $D'=\langle Q'; \Sigma'\rangle$—универсальные алгебры, тогда пара $(\varphi, \tilde{\psi})$ отображений $\varphi: Q\to Q'$, $\tilde{\psi}: \Sigma\to\Sigma'$ называется гомоморфизмом [1, 2] из алгебры D в алгебру D′, если отображение $\tilde{\psi}$ сохраняет арность операций и для любых $A\in\Sigma$, $|A|=n$ и $x_1, \ldots, x_n\in Q$ справедливо равенство $\varphi[A(x_1, \ldots, x_n)]=[\tilde{\psi}A](\varphi x_1, \ldots, \varphi x_n)$.

Заметим, что в работах [3, 4] изучаются некоторые общие свойства понятия слабого гомоморфизма, являющегося частным случаем рассматриваемого понятия гомоморфизма. А именно отображение $\varphi: Q\to Q'$ называется слабым гомоморфизмом из алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ в алгебру $D'=\langle Q'; \Sigma'\rangle$, если существуют такие отображения $\tilde{\lambda}: \Sigma\to\Sigma'$ и $\tilde{\mu}: \Sigma'\to\Sigma$, сохраняющие арность операций, что для любых $A\in\Sigma$, $|A|=n$, $B\in\Sigma'$, $|B|=n$ и $x_1, \ldots, x_n\in Q$ справедливы равенства

$$\varphi[A(x_1, \ldots, x_n)]=[\tilde{\lambda}A](\varphi x_1, \ldots, \varphi x_n),$$

$$\varphi[[\tilde{\mu}B](x_1, \ldots, x_n)]=B(\varphi x_1, \ldots, \varphi x_n).$$

Понятие слабого гомоморфизма определено в работе [5].

Пусть $\langle Q; \Sigma\rangle$—произвольная (универсальная) алгебра. Через $|A|$, как обычно, будет обозначена арность операции $A\in\Sigma$. Множество натуральных чисел $T=\{n \mid n=|A|$ для некоторого $A\in\Sigma\}$ называется типом алгебры $\langle Q; \Sigma\rangle$. Например, тип произвольного кольца $Q(+,\cdot)$, по нашему определению, есть множество $\{2\}$.

Если тип алгебры равен T, то ее будем еще называть T-алгеброй. Две алгебры называются однотипными, если они имеют равные типы. Например, по нашему определению группа и кольцо являются однотипными алгебрами.

Алгебру $D'=\langle Q'; \Sigma'\rangle$ будем называть подалгеброй алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ и писать $D'\leqslant D$, если $Q'\subseteq Q, \Sigma'\subseteq\Sigma$. Например, каждая коммутативная группа есть подалгебра некоторого кольца.

Относительно этого порядка „$\leqslant$" класс всех подалгебр* каждой алгебры образует полную компактно-порождённую решетку [1—2].

* С включением, быть может, пустого множества. Если существуют подалгебры $D_1=\langle Q_1; \Sigma_1\rangle$ и $D_2=\langle Q_2; \Sigma_2\rangle$ такие, что либо $Q_1\cap Q_2=\varnothing$, либо $\Sigma_1\cap\Sigma_2=\varnothing$, то полагаем $D_1\cap D_2=\varnothing$. Если же $Q_1\cap Q_2\neq\varnothing$ и $\Sigma_1\cap\Sigma_2\neq\varnothing$, то определяем $D_1\cap D_2=\langle Q_1\cap Q_2; \Sigma_1\cap\Sigma_2\rangle$.

Равенство двух алгебр понимается естественным образом:

$$D=D' \Leftrightarrow Q=Q',\ \Sigma=\Sigma'.$$

Перейдём теперь к понятию гомоморфизма. Пусть $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ и $D'=\langle Q'; \Sigma'\rangle$—две однотипные алгебры. Пара $(\varphi, \bar{\psi})$ отображений $\varphi: Q\to Q'$, $\bar{\psi}: \Sigma\to\Sigma'$ называется гомоморфизмом из алгебры D в алгебру D' и пишем $(\varphi, \bar{\psi}): D\Rightarrow D'$, если отображение $\bar{\psi}$ сохраняет арность операций и для любых $A\in\Sigma$, $|A|=n$ и $x_1, \ldots, x_n\in Q$ справедливо равенство

$$\varphi[A(x_1, \ldots, x_n)]=[\bar{\psi}A](\varphi x_1, \ldots, \varphi x_n).$$

Лемма 1. Если $(\varphi, \bar{\psi})$ есть гомоморфизм из алгебры $\langle Q; \Sigma\rangle$ в алгебру D', то пара $\langle\varphi Q; \bar{\psi}\Sigma\rangle$ является подалгеброй алгебры D'.

Лемма 2. Если пары $(\varphi, \bar{\psi}): D\Rightarrow D_1$ и $(\lambda, \bar{\mu}): D_1\Rightarrow D'$ являются гомоморфизмами, то их произведение $(\varphi\lambda, \bar{\psi}\bar{\mu})$ есть гомоморфизм $D\Rightarrow D'$.

Доказательства приведённых лемм очевидны, поэтому мы их опускаем.

Понятия мономорфизма, эпиморфизма, изоморфизма, автоморфизма и эндоморфизма определяются естественным путем. Например, гомоморфизм $(\varphi, \bar{\psi})$ называется мономорфизмом, если отображения φ и $\bar{\psi}$ одновременно инъективны. Это понятие можно ввести и в более слабой форме, как показывает следующая лемма.

Лемма 3. Если $(\varphi, \bar{\psi})$—гомоморфизм и отображение φ инъективно, то отображение $\bar{\psi}$ также инъективно.

Доказательство очевидно.

Перейдем к понятию конгруэнции в рассматриваемой категории универсальных алгебр. $D=\langle Q; \Sigma\rangle$—произвольная алгебра, r—отношение эквивалентности, определенное на множестве Q, а $\bar{t}$— отношение эквивалентности, определенное на множестве Σ. Упорядоченную пару $(r, \bar{t})$ назовем конгруэнцией алгебры D, если из условия $A\bar{t}B$ и $x_1rx_1', \ldots, x_nrx_n'$, где $A, B\in\Sigma$, $|A|=n$, $x_1, \ldots, x_n$, $x_1', \ldots, x_n'\in Q$, следует $|B|=n$ и $A(x_1, \ldots, x_n)\ r\ B(x_1', \ldots, x_n')$.

Нулевая конгруэнция определяется как пара $(o, \bar{o})$, где o и $\bar{o}$ являются нулевыми отношениями эквивалентности. Единичная конгруэнция алгебры $\langle Q; \Sigma\rangle$ определяется как пара $(1, \bar{1})$, где 1 —единичная эквивалентность множества Q, а отношение $\bar{1}$ определяется на множестве Σ следующим образом:

$$A\bar{1}B \Leftrightarrow |A|=|B|.$$

Эти конгруэнции называются еще тривиальными конгруэнциями.

На классе всех конгруэнций одной и той же алгебры определяется частичный порядок „$\leqslant$" следующим путем:

$$q_1 \leqslant q_2 \Leftrightarrow r_1 \leqslant r_2, \ \tilde{t}_1 \leqslant \tilde{t}_2.$$

Относительно этого порядка класс всех конгруэнций каждой алгебры образует полную компактно-порожденную решетку [2]. При этом пересечение двух конгруэнций $q_1=(r_1, \tilde{t}_1)$, $q_2 = (r_2, \tilde{t}_2)$ определяется так: $q_1 \cap q_2=(r \cap r_2, \ \tilde{t}_1 \cap \tilde{t}_2)$.

Аналогично определяется пересечение любого числа конгруэнций.

С каждым гомоморфизмом можно связать некоторую конгруэнцию, называемую ядром этого гомоморфизма. В самом деле, если $(\varphi, \tilde{\psi}): D \Rightarrow D'$—гомоморфизм, то пара $q=(r, \tilde{t})$, где

$$xry \Leftrightarrow \varphi x = \varphi y, \ x, \ y \in Q,$$

$$A\tilde{t}B \Leftrightarrow \tilde{\psi}A = \tilde{\psi}B, \ A, \ B \in \Sigma,$$

является конгруэнцией алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$. Эта конгруэнция называется ядром гомоморфизма $(\varphi, \tilde{\psi})$ и обозначается через Ker $(\varphi, \tilde{\psi})$. Таким образом, ядро любого гомоморфизма есть конгруэнция. Обратное утверждение, однако, не верно, т. е. существуют конгруэнции, не являющиеся ядрами подходящих гомоморфизмов. Рассмотрим пример.

Пусть $\langle Q; \Sigma\rangle$—такая алгебра, что соответствие $A \to |A|$ не является инъекцией. Пара $q=(1, \tilde{t})$, где $\tilde{t}<1$, является конгруэнцией алгебры $\langle Q; \Sigma\rangle$, хотя понятно, что она не может быть ядром некоторого гомоморфизма.

В связи с этим конгруэнцию $q=(r, \tilde{t})$ будем называть ядерной, если она является ядром для некоторого гомоморфизма.

Пусть $q=(r, \tilde{t})$ есть конгруэнция алгебры $D = \langle Q; \Sigma\rangle$. Каждый элемент $[A]\tilde{t}$ фактор-множества $\Sigma/\tilde{t}=\overline{\Sigma}$ определяет операцию на фактор-множестве $Q/_r=\overline{Q}$ следующим образом:

$$[A]\tilde{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r)=[A(x_1, \ldots, x_n)]r,$$

где $A \in \Sigma$, $|A|=n$, $x_1, \ldots, x_n \in Q$ и $[x]s$ означает класс эквивалентности элемента x по отношению эквивалентности s.

Корректность определения операций $[A]\tilde{t}$ следует из определения конгруэнции. Таким образом, возникает алгебра $\langle Q/r; \Sigma/\tilde{t}\rangle$, называемая фактор-алгеброй алгебры D по конгруэнции q, и обозначается как D/q. Понятно, что фактор-алгебра Т-алгебры есть Т-алгебра, и пара $(\varphi_*, \tilde{\psi}_*)$ отображений $\varphi_*: x \to [x]r$, $\tilde{\psi}_*: A \to [A]\tilde{t}$ является эпиморфизмом $D \Rightarrow D/q$. Этот гомоморфизм называется естественным гомоморфизмом. В общем случае ядро естественного гомоморфизма $(\varphi_*, \bar{\psi}_*) : D \Rightarrow D/q$ не совпадает с конгруэнцией q, а именно $q < \mathrm{Ker}(\varphi_*, \bar{\psi}_*)$. Если разные элементы фактор-множества $\Sigma/\bar{t}$ определяют разные операции на фактор-множестве Q/r, то справедливо равенство

$$q = \mathrm{Ker}(\varphi_*, \bar{\psi}_*).$$

В противном случае имеет место строгое включение

$$q < \mathrm{Ker}(\varphi_*, \bar{\psi}_*).$$

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Конгруэнция $q=(r, \bar{t})$ алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ является ядром естественного гомоморфизма $(\varphi_*, \bar{\psi}_*) : D \Rightarrow D/q$ тогда и только тогда, когда разные элементы фактор-множества $\Sigma/\bar{t}$ определяют разные операции на фактор-множестве Q/r.

Рассмотрим пример. Пусть $Q=\{1, 2, 3\}$ и $\Sigma=\{A, B\}$, причем операции A, B унарны и определяются по правилу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Понятно, что пара (r, t) отношений эквивалентности, где r определяется разбиением $\{1, 2\}$, $\{3\}$ множества Q, а $\bar{t}$ определяется одноэлементным разбиением множества $\Sigma=\{A, B\}$, является конгруэнцией алгебры $\langle Q; \Sigma\rangle$. При этом разные элементы $\{A\}$, $\{B\}$ фактор-множества $\Sigma/\bar{t}$ определяют одну и ту же унарную операцию (тождественную) на фактор-множестве Q/r.

Теорема 2. Конгруэнция q алгебры D является ядерной тогда и только тогда, когда она является ядром естественного гомоморфизма $(\varphi_*, \bar{\psi}_*) : D \Rightarrow D/q$.

Доказательство. Если $q=(r, \bar{t})$ является ядерной конгруэнцией алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$, то существует алгебра $D'=\langle Q'; \Sigma'\rangle$ такая, что для некоторого эпиморфизма $(\varphi, \bar{\psi}) : D \Rightarrow D'$ справедливо равенство

$$q = \ker(\varphi, \bar{\psi}).$$

Рассмотрим фактор-алгебру $D/q=\langle Q/r; \Sigma/\bar{t}\rangle$ и определим отображения $\lambda : Q' \to Q/r$, $\bar{\mu} : \Sigma' \to \Sigma/\bar{t}$ по следующему правилу:

$$\lambda(a') = [a]r, \text{ если } \varphi a = a',$$

$$\bar{\mu}(A') = [A]\bar{t}, \text{ если } \bar{\psi}A = A'.$$

Нетрудно доказать, что отображения λ и $\bar{\mu}$ определены корректно и что пара $(\lambda, \bar{\mu})$ есть гомоморфизм $D' \Rightarrow D/q$. Поскольку отображение λ инъективно, то в силу леммы 3 пара $(\lambda, \tilde{\mu})$ будет и мономорфизмом (на самом деле $(\lambda, \tilde{\mu})$ — изоморфизм). Таким образом, разные элементы фактор-множества $\Sigma/\tilde{t}$ определяют разные операции на фактор-множестве Q/r и конгруэнция q является ядром естественного гомоморфизма $(\varphi_\varepsilon, \tilde{\psi}_\varepsilon): D \Rightarrow D/q$.

Рассмотрим примеры. Тривиальные конгруэнции каждой алгебры являются ядерными конгруэнциями. Существуют такие алгебры, которые, кроме тривиальных конгруэнций, другими ядерными конгруэнциями не обладают. Примером такой алгебры может служить алгебра $\langle Q; \Sigma\rangle$, где Σ—класс всех унарных операций, определенных на множестве Q. Достаточно заметить, что каждая ненулевая конгруэнция этой алгебры имеет вид $(1, \tilde{t})$.

Существуют и такие алгебры, каждая конгруэнция которых ядерна. Например, T-алгебра $\langle Q; \Sigma\rangle$, для которой отображение $A \to |A|$ инъективно, т. е. множество Σ по каждой арности $n \in T$ содержит лишь одну операцию. В частности все конгруэнции любого группоида (бинарного или n-арного) являются ядерными. Поэтому в группах, полугруппах и квазигруппах (бинарных или n-арных) каждая конгруэнция ядерна.

Нетрудно заметить, что в кольцах существует только одна неядерная конгруэнция, а именно конгруэнция вида $(1, \tilde{O})$.

Лемма 4. Пересечение ядерных конгруэнций есть ядерная конгруэнция.

Доказательство. Уже было отмечено, что пересечение конгруэнции—конгруэнция. Остается показать, что пересечение конгруэнций выдерживает ядерность.

Пусть $q_i=(r_i, \tilde{t}_i)$, $i \in J$—некоторая совокупность ядерных конгруэнций одной и той же алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ и $q=(r, \tilde{t})=(\cap r_i, \cap \tilde{t}_i)$. Если $A, B \in \Sigma$, $|A|=n$ и $[A]\tilde{t}=[B]\tilde{t}$,

то $$[A]\tilde{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r)=[B]\tilde{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r),$$

где $x_1, \ldots, x_n \in Q$.

Следовательно, $$[A(x_1, \ldots, x_n)]r=[B(x_1, \ldots, x_n)]r$$

или $$A(x_1, \ldots, x_n) r B(x_1, \ldots, x_n).$$

Поскольку $q \leqslant q_i$, то $r \leqslant r_i$ и

$$A(x_1, \ldots, x_n) r_i B(x_1, \ldots, x_n),$$

$$[A(x_1, \ldots, x_n)]r_i=[B(x_1, \ldots, x_n)]r_i,$$

$$[A]\tilde{t}_i([x_1]r_i, \ldots, [x_n]r_i)=[B]\tilde{t}_i([x_1]r_i, \ldots, [x_n]r_i),$$

т. е. $$[A]\tilde{t}_i=[B]\tilde{t}_i.$$

Поскольку каждая конгруэнция q_i-ядерна, то из последнего равенства следует $A\bar{t}_i B$, а это означает $A\bar{t}B$. Таким образом, из равенства $[A]\bar{t}=[B]\bar{t}$ следует соотношение $A\bar{t}B$, т. е. разные элементы фактор-множества $\Sigma/\bar{t}$ определяют разные операции на фактор-множестве Q/r.

Из доказанной леммы следует, что класс ядерных конгруэнций одной и той же алгебры образует полную решетку.

Лемма 5. Если $(r_i, \bar{t}_i)$, $i \in J$ является направленной совокупностью ядерных конгруэнций, то $(\cup r_i, \cup \bar{t}_i)$ есть ядерная конгруэнция.

Доказательство. Нетрудно доказать, что пара $(\cup r_i, \cup \bar{t}_i)$ является конгруэнцией. Покажем, что она будет и ядерной конгруэнцией. Обозначим $(r, \bar{t})=(\cup r_i, \cup \bar{t}_i)$, и пусть $[A]\bar{t}=[B]\bar{t}$,

т. е. $$[A]\bar{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r)=[B]\bar{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r),$$

где $|A|=n$. Тогда

$$[A(x_1, \ldots, x_n)]r=[B(x_1, \ldots, x_n)]r$$

или $$A(x_1, \ldots, x_n)rB(x_1, \ldots, x_n).$$

Поэтому существует r_j, $j \in J$ такое, что

$$A(x_1, \ldots, x_n)r_jB(x_1, \ldots, x_n),$$

т. е. $$[A(x_1, \ldots, x_n)]r_j=[B(x_1, \ldots, x_n)]r_j$$

или $$[A]\bar{t}_j([x_1]r_j, \ldots, [x_n]r_j)=[B]\bar{t}_j([x_1]r_j, \ldots, [x_n]r_j).$$

Иначе говоря, $[A]\bar{t}_j=[B]\bar{t}_j$, и поскольку конгруэнция $(r_j, \bar{t}_j)$ ядерна, то $A\bar{t}_jB$ и потому $A\bar{t}B$. Таким образом, из равенства операций $[A]\bar{t}=[B]\bar{t}$ следует $A\bar{t}B$, т. е. конгруэнция $(r, \bar{t})$ оказывается ядерной.

Каждую конгруэнцию $q=(r, \bar{t})$ алгебры $D=\langle Q; \Sigma\rangle$ можно рассматривать как подмножество множества $(Q\times Q)\times(\Sigma\times\Sigma)$. Лемма 4 означает, что класс всех ядерных конгруэнций одной и той же алгебры $\langle Q; \Sigma\rangle$ образует предсистему замыканий [6] множества $(Q\times Q)\times\times(\Sigma\times\Sigma)$. А лемма 5 означает, что эта предсистема замыканий* является алгебраической, т. е. она содержит теоретико-множественную сумму каждого своего направленного подсемейства. В [6] была установлена общая теорема о том, что любая алгебраическая предсистема замыканий является компактно-порожденной полурешеткой (т.е.

* Пусть S — произвольное множество и $B(S)$ — его булеан, т.е. множество всех его подмножеств. Подмножество $M \subseteq B(S)$ назовём предсистемой замыканий множества S, если оно замкнуто при пересечении произвольного непустого семейства множеств. Если же предсистема замыканий M замкнута и при пересечении пустого семейства множеств, т.е. если $S \in M$, то мы приходим к понятию системы замыканий.

каждый ее элемент есть объединение компактных элементов). Поэтому справедлива следующая теорема.

Теорема 3. Полная решетка ядерных конгруэнций каждой алгебры является компактно-порожденной (определение см. также в [7]).

Определим конгруэнции фактор-алгебры D/θ, где θ—ядерная конгруэнция алгебры D.

Пусть $D=\langle Q; \Sigma\rangle$— произвольная алгебра, $\theta=(r, \tilde{t})$—ее ядерная конгруэнция и $q=(l, \tilde{s})$—ее такая конгруэнция, что $\theta\leqslant q$.

Определим бинарные отношения l/r и $\tilde{s}/\tilde{t}$ соответственно на множествах Q/r и $\Sigma/\tilde{t}$ следующим образом:

$$([a]r, [b]r)\in l/r \Leftrightarrow (a, b)\in l,$$

$$([A]\tilde{t}, [B]\tilde{t})\in \tilde{s}/\tilde{t} \Leftrightarrow (A, B)\in \tilde{s}.$$

Лемма 6. Пара $q/\theta=(l/r, \tilde{s}/\tilde{t})$ является конгруэнцией фактор-алгебры D/θ.

Доказательство очевидно.

Лемма 7. Если q—ядерная конгруэнция алгебры D, то q/θ—ядерная конгруэнция фактор-алгебры D/θ.

Доказательство. Предположим, что

$$[[A]\tilde{t}]\tilde{s}/\tilde{t}=[[B]\tilde{t}]\tilde{s}/\tilde{t}, \text{ где } |A|=n.$$

Тогда

$$[[A]\tilde{t}]\tilde{s}/\tilde{t}([[x_1]r]l/r, \ldots, [[x_n]r[l/r)=[[B]\tilde{t}]\tilde{s}/\tilde{t}([[x_1]r]l/r, \ldots, [[x_n]r]l/r),$$

т. е. $$([A]\tilde{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r), [B]\tilde{t}([x_1]r, \ldots, [x_n]r))\in l/r$$

или $$([A(x_1, \ldots, x_n)]r, [B(x_1, \ldots, x_n)]r)\in l/r.$$

Следовательно,

$$(A(x_1, \ldots, x_n), B(x_1, \ldots, x_n))\in l$$

и $$[A(x_1, \ldots, x_n)]l=[B(x_1, \ldots, x_n)]l$$

или $$[A]\tilde{s}([x_1]l, \ldots, [x_n]l)=[B]\tilde{s}([x_1]l, \ldots, [x_n]l),$$

т.е. $[A]\tilde{s}=[B]\tilde{s}$, и поскольку конгруэнция $q=(l, \tilde{s})$ ядерна, то $(A, B)\in\tilde{s}$ и потому $([A]\tilde{t}, [B]\tilde{t})\in\tilde{s}/\tilde{t}$. Что и требовалось доказать.

Пусть D—алгебра, θ—ее ядерная конгруэнция, L—решетка всех конгруэнций этой алгебры, R—решетка всех ядерных конгруэнций алгебры D. Обозначим главные фильтры [8] элемента θ в решетках L и R соответственно, через $\theta^{\triangledown}$ и $\theta^{\vartriangle}$, т. е.

$$\theta^{\triangledown}=\{q\in L \mid q\geqslant\theta\},$$

$$\theta^{\vartriangle}=\{q\in R \mid q\geqslant\theta\}.$$

Теорема 4. Пусть θ — ядерная конгруэнция алгебры D. Решетка всех конгруэнций фактор-алгебры D/θ изоморфна главному фильтру $\theta^{\vee}$, а решетка всех ее ядерных конгруэнций изоморфна главному фильтру θ^{Δ}.

Доказательство. Эти изоморфизмы осуществляются при помощи соответствия $q \to q/\theta$.

Кафедра высшей алгебры и геометрии *Поступила 22.09.1976*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мовсисян Ю. М.**, Изв. АН Арм. ССР, сер. Математика, № 5, 1976.
2. **Мовсисян Ю. М.**, ДАН Арм. ССР, LXII, № 4, 1976.
3. **Ishaq M.**, Rev. roum. de mat. 15, № 8, 1970.
4. **Glazek K., Michalski J.**, Bull. Acad. Pol. ser. mat. astr. phys., 22, № 7, 1974.
5. **Goetz A.**, Colloq. math., 14, 1966.
6. **Мовсисян Ю. М.**, ДАН Арм. ССР, LXIII, № 1, 1976.
7. **Курош А. Г.**, Общая алгебра, изд. «Наука», 1974.
8. **Скорняков Л. А.**, Элементы теории структур, изд. «Наука», 1970.

ՅՈՒ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

ՈՒՆԻՎԵՐՍԱԼ ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎՆԵՐԻ ՄԻՋՈՒԿԱՅԻՆ ԿՈՆԳՐՈՒԵՆՑԻԱՆԵՐԸ

Ամփոփում

Սույն հոդվածում ուսումնասիրվում են ունիվերսալ հանրահաշիվների միջուկային կոնգրուենցիաների [1,2] ընդհանուր հատկությունները։ Մասնավորապես, կամայական ունիվերսալ հանրահաշվի միջուկային կոնգրուենցիաների դասը կազմում է լրիվ կոմպակտային տիպի ստրուկտուրա։