Նամակ Письмо

ԽՄԲԱԳՐՈՒԹՅԱՆԸ • В РЕДАКЦИЮ

УДК 517.98

Х.Е. ДАВТЯН

О Ω-ФУНКЦИИ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВАХ ПОНТРЯГИНА И КРЕЙНА

Известно, что Ω-функция эрмитова оператора A в пространстве Понтрягина или Крейна играет существенную роль при описании самосопряженных расширений оператора A. С другой стороны, Ω-функция однозначно определяет соответствующий эрмитов оператор A и его канонические расширения. В связи с этим представляет интерес описание характеристических свойств Ω-функции. В [1] эта задача была разрешена для эрмитова оператора в пространстве Понтрягина. В [2] была введена Ω-функция неотрицательного оператора в пространстве Крейна. Целью данной работы являлось описание Ω-функции неотрицательного оператора. Подготовительным этапом было доказательство некоторых, позже используемых, предложений относительно спектра (соответственно расширений) рассматриваемого оператора. Общее определение Ω-функции из [1] было специализировано применительно к рассмотрению неотрицательных операторов, что привело к понятию специальной Ω-функции. Специальная Ω-функция неотрицательного оператора и его простой части совпадают. Поскольку специальная Ω-функция , как и Ω-функция, принадлежит классу функций N_κ, были исследованы классы функций $N^0_\kappa(G)$ и $N_\kappa(G)$ и доказаны для них некоторые утверждения. Специальная Ω-функция неотрицательного оператора A в пространстве Понтрягина имеет специальное свойство, что функция $z^{-1}\Omega(z)$ принадлежит классу N_0. Такие функции были исследованы как класс N^-_κ и для них было найдено интегральное представление:

$$\Omega(z)=a'+az+bz^2+z\int_{\varepsilon}^{\infty}((t-z)^{-1}-t(1+t^2)^{-1})d\sigma(t)+\sum_{j=1}^{\kappa'}(t_j-z)\sigma'_j,$$

где $t_j<0$, попарно различны, $\sigma'_j(=t_j\sigma_j)<0$, $a'(=-\sum_{j=1}^{\kappa'}\sigma_j)\leqslant 0$ и

$$\kappa' = \begin{cases} \kappa, \text{ если } \int\limits_{\varepsilon}^{\infty} t(1+t^2)^{-1} d\sigma(t) < \infty, \\ \kappa - 1, \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

σ - неубывающая.

Основным результатом работы является следующая

Теорема. Функция $\Omega(z)$ со значениями в $[G,G]$ тогда и только тогда является специальной Ω-функцией неотрицательного оператора А в пространстве Понтрягина, def $A=1$, $0 \in r(A)$, когда она удовлетворяет следующим условиям:

1. $\Omega(z) \in N_{\kappa}^{-}$ и $\Omega(z)$ голоморфна в точке $z=0$;

11. $\omega - \lim\limits_{y\to\infty} \frac{\Omega(iy)}{y} = 0$, т.е. $\lim\limits_{y\to\infty} \frac{(\Omega(iy)\zeta,\zeta)}{y} = 0$ для любых $\zeta \in G$;

111. $\lim\limits_{y\to\infty} y(\operatorname{Im} \Omega(iy)\zeta,\zeta) = 0$ для любых $\zeta \in G$, $\zeta = 0$.

Специальное свойство $\lim\limits_{z\to-\infty} \Omega(z) = -\infty$ характеризует случай, когда соответствующее каноническое расширение является расширением по Фридрихсу.

В случае, когда А неотрицательный оператор в пространстве Крейна, не удалось получить полного описания Ω-функции, но было показано, что при предположении $\tilde{T} \in S_{1/2}$ Ω - функция даже в этом общем случае пространства Крейна удовлетворяет определенным условиям положительности.

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа

Поступило 14.04.1990

ЛИТЕРАТУРА

1. **Krein M.G., Langer H.** Uber die Ω-funktion eines π - hermitesches Operators im Raume Π_κ — Acta Sci. Math. (Szeged), 1973, v.34, pp. 191-230.

2. **Langer H.** Verallgemeinerte Resolventen eines J-nichtnegativen Operators mit endlichem Defekt. — J.Funct.Anal., 1971, v.8, pp.287-320.

3. **Dawtjan Ch. E.** — Uber die Ω-funktion eines nichtnegativen Operators in Pontrjagin- und Krein-Räumen, Diplomarbeit, TV. Dresden, 1989.