

Механика

УДК 539.3

В. С. САРКИСЯН, САЛЕХ ЭЛЬ ШАХАТ

**КРУЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ АНИЗОТРОПНЫХ
 НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ
 ПРОФИЛЯМИ**

Настоящая работа посвящена решению задачи о кручении тонкостенных призматических стержней, изготовленных из неоднородного анизотропного материала. Методом малого геометрического параметра, получены рекуррентные дифференциальные уравнения и граничные условия задачи. Рассмотрен частный случай неоднородности материала стержня, когда коэффициенты упругости заданы в виде степенных функций.

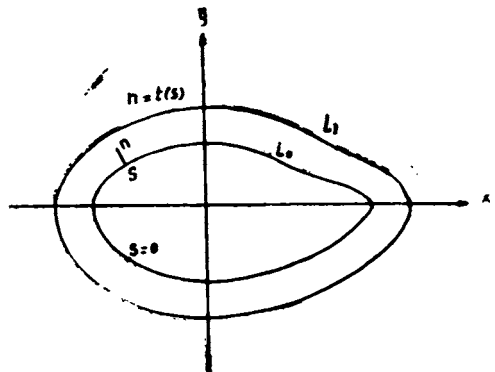
Исследование задач кручения изотропных призматических стержней с тонкостенными профилями посвящены работы [1—9], а анизотропных неоднородных призматических стержней—[10, 11].

Настоящая работа посвящена решению задачи о кручении тонкостенных призматических стержней, изготовленных из неоднородного анизотропного материала. Методом малого геометрического параметра получены рекуррентные дифференциальные уравнения и граничные условия задачи. Рассмотрен частный случай неоднородности материала стержня, когда коэффициенты упругости заданы в виде степенных функций.

Рассмотрим кручение в смысле Сен-Венана анизотропного неоднородного призматического стержня криволинейного замкнутого профиля (см. рисунок) . Предположим, что в каждой точке тела имеется лишь одна плоскость упругой симметрии, нормальная к оси стержня.

Пусть поперечное сечение цилиндра D ограничено извне контуром L_0 , а изнутри контуром L_1 . Эти контуры мы предполагаем замкнутыми и при этом достаточно гладкими.

Примем (s, n) в качестве криволинейных координат, определяющих положение точек в области D . Поместим начало криволинейной



системы координат (s, n, z) в некоторую точку концевого сечения стержня, направив ось z параллельно его образующей.

В рассматриваемом случае обобщенный закон Гука имеет вид [12]

$$\gamma_{nz} = a_{44}(s, n) + a_{45}(s, n), \quad (1)$$

$$\gamma_{sz} = a_{45}(s, n) + a_{55}(s, n).$$

Здесь $a_{ij}(s, n)$ — упругие характеристики неоднородного анизотропного тела, удовлетворяющие известным неравенствам [13].

Поступая аналогично, как для анизотропного однородного стержня [13], получим для функций напряжений $U(s, n)$ следующее дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} & a_{44}(s, n) \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial U}{\partial s} \right) - 2a_{45}(s, n) \frac{\partial^2 U}{\partial n \partial s} + a_{55}(s, n) \frac{\partial}{\partial n} \left(H \frac{\partial U}{\partial n} \right) + \\ & + \frac{\partial U}{\partial n} \left[H \frac{\partial}{\partial n} a_{55}(s, n) - \frac{\partial}{\partial s} a_{45}(s, n) \right] + \frac{\partial U}{\partial s} \left[\frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} a_{44}(s, n) - \frac{\partial}{\partial n} a_{45}(s, n) \right] = \\ & = -2H, \end{aligned} \quad (2)$$

где $H = H(s, n) = 1 + nK(s)$, $K(s)$ — кривизна линии L_1 . Граничные условия для функций $U(s, n)$ будут

$$U(s, n) \Big|_{L_0} = 0, \quad (3)$$

$$U(s, n) \Big|_{L_1} = \text{Const} = c. \quad (4)$$

Жесткость стержня C_t и угол закручивания θ можно определить по формулам

$$C_t = 2 \left[c\Omega_1 + \iint_{\Omega_1} U(s, n) H ds dn \right], \quad (5)$$

$$\theta = \frac{M_t}{C_t}. \quad (6)$$

Здесь Ω_1 — площадь области, заключенной внутри L_1 .

В краевую задачу (2) — (4) входит неизвестная константа c , которая должна быть определена из теоремы Бредта при кручении [13]

$$\oint_L \frac{\partial^* U}{\partial v^*} ds^* = -2\Omega, \quad (7)$$

где $(s^*$ — длина дуги замкнутой кривой L),

$$\begin{aligned} \frac{\partial^*}{\partial v^*} &= a_{55}(s, n) l_1 \frac{\partial}{\partial n} - a_{44}(s, n) H^{-1} l_2 \frac{\partial}{\partial s} - a_{45}(s, n) \left[H^{-1} l_1 \frac{\partial}{\partial s} - l_2 \frac{\partial}{\partial n} \right], \\ l_1 &= H \frac{ds}{ds^*}, \quad l_2 = \frac{dn}{ds^*}. \end{aligned} \quad (8)$$

Введем малый параметр $\lambda = \max_{0 \leq s < l_1} t(s)$ (l_1 — длина контура), где $n = t(s)$ на контуре L_0 . Тогда имеем [13]

$$h(s, \lambda) = \frac{t(s)}{\lambda},$$

$$n = \lambda h(s, \lambda) \eta \quad (0 \leq \eta \leq 1). \quad (9)$$

Предположим, что $a_{ij}(s, \eta)$ можно представить в таком виде

$$a_{ij}(s, \eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{ij}^k(s, \eta). \quad (10)$$

Тогда решение задачи о кручении тонкостенных неоднородных анизотропных стержней криволинейного замкнутого профиля сводится к решению дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} A^{(\lambda)}[U] \equiv & \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{11}^k(s, \eta) \left\{ \frac{\lambda^2 h^2(s, \lambda)}{[1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta]} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - \frac{1}{[1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta]^2} \right. \\ & \cdot \left[\lambda^3 h^3(s, \lambda) \eta \frac{dk(s)}{ds} + \lambda^3 h^2(s, \lambda) \eta K(s) \frac{\partial h(s, \lambda)}{\partial s} \right] \frac{\partial U}{\partial s} \left. \right\} - \\ & - 2 \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{25}^k(s, \eta) \left\{ \lambda h(s, \lambda) \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial \eta} - \lambda \frac{\partial h(s, \lambda)}{\partial s} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right\} + \\ & + \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{35}^k(s, \eta) \left\{ \lambda h(s, \lambda) K(s) \frac{\partial U}{\partial \eta} + [1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta] \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \right\} + \\ & + \frac{\partial U}{\partial \eta} \left\{ [1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta] \frac{\partial}{\partial \eta} \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{55}^k(s, \eta) - \lambda h(s, \lambda) \frac{\partial}{\partial s} \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{15}^k(s, \eta) \right\} + \\ & + \frac{\partial U}{\partial s} \left\{ \frac{\lambda^3 h^3(s, \lambda)}{[1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta]} \frac{\partial}{\partial s} \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{55}^k(s, \eta) - \lambda h(s, \lambda) \frac{\partial}{\partial \eta} \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \bar{a}_{15}^k(s, \eta) \right\} = \\ & = -2\lambda^2 h^2(s, \lambda) [1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta] \quad (11) \end{aligned}$$

при условиях

$$\begin{aligned} U(s, \eta; \lambda) \Big|_{\eta=0} &= 0, \\ U(s, \eta; \lambda) \Big|_{\eta=1} &= c. \end{aligned} \quad (12)$$

Для нахождения постоянной c используем теорему Бретда (7)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \int_0^1 \left[\frac{\bar{a}_{55}^k(s, \eta)}{\lambda h(s, \lambda)} \frac{\partial U}{\partial \eta} - \bar{a}_{15}^k(s, \eta) \frac{\partial U}{\partial s} \right] ds = -2\Omega_1. \quad (13)$$

Положим,

$$\begin{aligned} h(s, \lambda) &= v_0(s) + \lambda v_1(s) + \lambda^2 v_2(s) + \dots \\ \frac{\lambda^2 h^2(s, \lambda)}{[1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta]} &= \lambda^2 q_2(s) + \lambda^3 q_3(s, \eta) + \dots \\ \lambda^3 \frac{h^3(s, \lambda) \eta \frac{dK(s)}{ds} + \eta K(s) h^2(s, \lambda) \frac{\partial h(s, \lambda)}{\partial s}}{[1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta]^2} &= \lambda^3 m_3(s, \eta) + \lambda^4 m_4(s, \eta) + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

$$2h^2(s, \lambda) [1 + \lambda h(s, \lambda) K(s) \eta] = P_0(s) + \lambda P_1(s, \eta) + \dots$$

Представим дифференциальный оператор $A^{(\lambda)}$ формальным разложением в ряд по степеням λ

$$A^{(\lambda)} = A_0^* + \lambda A_1^* + \lambda^2 A_2^* + \dots \quad (15)$$

Используя (14), выпишем

$$\begin{aligned} A_0^* &= \bar{a}_{55}^0 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial \bar{a}_{55}^0}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta}, \\ A_1^* &= \bar{a}_{55}^1 v_0(s) K(s) \left[\eta \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - 2\bar{a}_{45}^0 \left[v_0(s) \frac{\partial^2}{\partial s \partial \eta} - \frac{dv_0}{ds} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] + \\ &+ \bar{a}_{55}^1 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \left[\frac{\partial \bar{a}_{55}^1}{\partial \eta} + v_0(s) K(s) \eta \frac{\partial \bar{a}_{55}^1}{\partial \eta} - v_0(s) \frac{\partial \bar{a}_{45}^1}{\partial s} \right] \frac{\partial}{\partial \eta} - v_0(s) \frac{\partial \bar{a}_{45}^1}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial s}, \\ A_2^* &= K(s) [\bar{a}_{55}^2 v_1(s) + \bar{a}_{55}^1 v_0(s)] \left[\eta \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - 2\bar{a}_{45}^1 \left[v_1(s) \frac{\partial^2}{\partial s \partial \eta} - \frac{dv_1}{ds} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - \\ &- 2\bar{a}_{45}^0 \left[v_0 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \eta} - \frac{dv_0}{ds} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] + \bar{a}_{44}^1 \left[q_2(s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right] + \bar{a}_{55}^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \\ &+ \left[\frac{\partial \bar{a}_{55}^2}{\partial \eta} + \eta K(s) \left(v_0 \frac{\partial \bar{a}_{55}^2}{\partial \eta} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{55}^2}{\partial \eta} \right) - \left(v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^2}{\partial s} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^2}{\partial s} \right) \right] \frac{\partial}{\partial \eta} + \\ &+ \left[q_2(s) \frac{\partial \bar{a}_{45}^2}{\partial s} - \left(v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^2}{\partial \eta} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^2}{\partial \eta} \right) \right] \frac{\partial}{\partial s}, \\ A_3^* &= K(s) [\bar{a}_{55}^3 v_2(s) + \bar{a}_{55}^2 v_1(s) + \bar{a}_{55}^1 v_0(s)] \left[\eta \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - 2\bar{a}_{45}^2 \left[v_2 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \eta} - \right. \\ &- \left. \frac{dv_2}{ds} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - 2\bar{a}_{45}^1 \left[v_1 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \eta} - \frac{dv_1}{ds} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - 2\bar{a}_{45}^0 \left[v_0 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \eta} - \frac{dv_0}{ds} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] + \\ &+ \bar{a}_{44}^2 \left[q_3(s, \eta) \frac{\partial^2}{\partial s^2} - m_3(s, \eta) \frac{\partial}{\partial s} \right] + \bar{a}_{44}^1 \left[q_2(s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right] + \bar{a}_{55}^3 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \\ &+ \left[\frac{\partial \bar{a}_{55}^3}{\partial \eta} + \eta K(s) \left(v_0 \frac{\partial \bar{a}_{55}^3}{\partial \eta} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{55}^3}{\partial \eta} + v_2 \frac{\partial \bar{a}_{55}^3}{\partial \eta} \right) - \left(v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^3}{\partial s} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^3}{\partial s} + v_2 \frac{\partial \bar{a}_{45}^3}{\partial s} \right) \right] \frac{\partial}{\partial \eta} + \left[q_2(s) \frac{\partial \bar{a}_{44}^3}{\partial s} + q_3(s, \eta) \frac{\partial \bar{a}_{44}^3}{\partial s} - \right. \\ &- \left. \left(v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^3}{\partial \eta} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^3}{\partial \eta} + v_2 \frac{\partial \bar{a}_{45}^3}{\partial \eta} \right) \right] \frac{\partial}{\partial s}, \\ &\dots \\ A_j^* &= K(s) [\bar{a}_{55}^j v_{j-1}(s) + \bar{a}_{55}^{j-1} v_{j-2}(s) + \dots + \bar{a}_{55}^{j-1} v_0(s)] \left[\eta \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right] - \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2 \left\{ \bar{a}_{45}^0 \left[v_{j-1} \frac{\partial^2}{\partial s \partial \tau_j} - \frac{dv_{j-1}}{ds} \frac{\partial}{\partial \tau_j} \right] + \bar{a}_{45}^1 \left[v_{j-2} \frac{\partial^2}{\partial s \partial \tau_j} - \frac{dv_{j-2}}{ds} \frac{\partial}{\partial \tau_j} \right] + \dots + \right. \\
& + \bar{a}_{45}^{j-1} \left[v_0 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \tau_j} - \frac{dv_0}{ds} \frac{\partial}{\partial \tau_j} \right] \left. + \left\{ \bar{a}_{44}^j \left[q_j(s, \eta) \frac{\partial^2}{\partial s^2} - m_j(s, \eta) \frac{\partial}{\partial s} \right] + \right. \right. \\
& + \bar{a}_{44}^1 \left[q_{j-1}(s, \eta) \frac{\partial^2}{\partial s^2} - m_{j-1}(s, \eta) \frac{\partial}{\partial s} \right] + \dots + \bar{a}_{44}^{j-2} \left[q_2(s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right] \left. + \right. \\
& + \bar{a}_{45}^j \frac{\partial^2}{\partial \tau_j^2} + \left. \left\{ \frac{\partial \bar{a}_{45}^j}{\partial \tau_j} + \tau_j K(s) \left[v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^{j-1}}{\partial \tau_j} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^{j-2}}{\partial \tau_j} + \dots + v_{j-1} \frac{\partial \bar{a}_{45}^0}{\partial \tau_j} \right] - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \left[v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^{j-1}}{\partial s} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^{j-2}}{\partial s} + \dots + v_{j-1} \frac{\partial \bar{a}_{45}^0}{\partial s} \right] \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_j} + \left\{ \left[q_j(s, \eta) \frac{\partial \bar{a}_{44}^j}{\partial s} + q_{j-1}(s, \tau_j) \frac{\partial \bar{a}_{44}^1}{\partial s} + \dots + \right. \right. \\
& \left. \left. + q_2(s) \frac{\partial \bar{a}_{44}^{j-2}}{\partial s} \right] - \left[v_0 \frac{\partial \bar{a}_{45}^{j-1}}{\partial \tau_j} + v_1 \frac{\partial \bar{a}_{45}^{j-2}}{\partial \tau_j} + \dots + v_{j-1} \frac{\partial \bar{a}_{45}^0}{\partial \tau_j} \right] \right\} \frac{\partial}{\partial s}, \quad (j \geq 3).
\end{aligned}$$

Функцию напряжений будем искать в виде ряда

$$U(n, s) = \sum_{j=1}^{\infty} \lambda^j U_j(s, \eta). \quad (17)$$

Подставив разложения (17) в уравнение (11) и сравнив коэффициенты при одинаковых степенях λ , приходим к системе рекуррентных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
A_0^* [U_1] &= 0, \\
A_0^* [U_2] + A_1^* [U_1] &= -P_0(s), \\
A_0^* [U_3] + A_1^* [U_2] + A_2^* [U_1] &= -P_1(s, \eta), \\
A_0^* [U_j] + A_1^* [U_{j-1}] + \dots + A_{j-1}^* [U_1] &= -P_{j-2}(s, \eta).
\end{aligned} \quad (18)$$

Из соотношений (12) и (13) получим условия для функций U_j на границе области

$$\begin{aligned}
U_j(s, 1) &= 0, \\
U_j(s, 0) &= c_j, \\
\int_0^1 \left[\bar{a}_{45}^j g_0(s) \frac{\partial U_1}{\partial \tau_j} - \bar{a}_{45}^j \frac{\partial U_1}{\partial s} \right]_{\tau_j=0} ds &= -2\Omega_1,
\end{aligned} \quad (19)$$

$$\sum_{i=0}^{j-1} \int_0^1 \left[\bar{a}_{45}^i g_i(s) \frac{\partial U_{j-1}}{\partial \tau_j} - \bar{a}_{45}^i \frac{\partial U_{j-1}}{\partial s} \right]_{\tau_j=0} ds = 0, \quad (j=2, 3, \dots)$$

Здесь c_j — подлежащие определению константы, а функции $g_i(s)$ определяются разложением

$$h^{-1}(s, \lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i(s) \lambda^i. \quad (20)$$

Решив рекуррентные краевые задачи (18) и (19), можно построить ряд приближенных решений задачи о кручении неоднородных анизотропных тонкостенных цилиндров переменной толщины.

Рассмотрим частный случай, когда

$$a_{ij}(s, \eta) = a_{ij}^0 e^{\alpha\eta + \beta s}, \quad (21)$$

где a_{ij}^0 , α и β — константы.

Мы можем из (18) и (19) получить

$$U_1(s, \eta) = \frac{c_1}{a_{35}^0} (1 - \eta), \quad c_1 = 2\Omega_1 / \int_0^{l_1} \frac{e^{\beta s} ds}{h(s, 0)};$$

$$U_2(s, \eta) = \frac{1 - \eta}{a_{55}^0} \left[c_2 - \frac{\gamma}{2} N_0(s) \right], \quad (22)$$

$$U_3(s, \eta) = \frac{1 - \eta}{a_{55}^0} \left[c_3 + \frac{N_1(s)}{6} \eta(\eta + 1) - \frac{\gamma}{2} N_2(s) \right].$$

где

$$N_0(s) = -e^{-\beta s} P_0(s) + c_1 \left[v_0(s) (K(s) + \alpha) + \frac{2a_{45}^0}{a_{55}^0} \left(\frac{dv_0}{ds} - \frac{1}{2} \beta v_0(s) \right) \right],$$

$$N_1(s) = \frac{2a_{45}^0}{a_{55}^0} \left[v_0(s) \frac{dN_0(s)}{ds} + N_0(s) \left(\frac{1}{2} \beta v_0(s) - \frac{dv_0}{ds} \right) \right] - v_0(s) K(s) N_0(s) -$$

$$- \alpha [v_0(s) N_0(s) - c_1 v_0^2(s) K(s)] - P_{11}(s) e^{-\beta s},$$

$$N_2(s) = \frac{a_{45}^0}{a_{55}^0} \left[2c_1 \left(\frac{dv_1}{ds} - \frac{1}{2} \beta v_1(s) \right) - v_0'(s) \frac{dN_0(s)}{ds} - \left(\beta v_0(s) - 2 \frac{dv_0}{ds} \right) \cdot \right.$$

$$\left. \left(c_2 + \frac{N_0(s)}{2} \right) \right] + v_0(s) K(s) \left(\frac{N_0(s)}{2} + c_2 \right) - \alpha v_0(s) \left(\frac{N_0(s)}{2} + c_2 \right) -$$

$$- c_1 [v_1(s) K(s) + \alpha v_1(s)] - [P_{10}(s, \eta) - \alpha \eta v_0(s) P_0(s)] e^{-\beta s}, \quad (23)$$

$$c_2 = \frac{-\frac{1}{2} \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_0(s) N_0(s) ds - c_1 \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_1(s) ds}{\int_0^{l_1} e^{\beta s} g_0(s) ds},$$

$$c_3 = \frac{\frac{1}{2} \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_0(s) N_2(s) ds + \frac{1}{3} \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_0(s) N_1(s) ds}{\int_0^{l_1} e^{\beta s} g_0(s) ds} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_1(s) N_0(s) ds + c_2 \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_1(s) ds + c_1 \int_0^{l_1} e^{\beta s} g_2(s) ds}{\int_0^{l_1} e^{\beta s} g_0(s) ds}.$$

Используя полученные соотношения для U_i , а также (17) для функции напряжений, находим

$$U(s, \eta; \lambda) = \frac{\lambda c_1}{a_{55}^2} (1 - \eta) + \frac{\lambda^2}{a_{55}^2} (1 - \eta) \left[c_2 - \frac{\eta}{2} N_0(s) \right] + \frac{\lambda^3}{a_{55}^2} (1 - \eta) \left[c_3 + \frac{N_1(s)}{6} \eta(\eta + 1) - \frac{\eta}{2} N_2(s) \right] + \dots \quad (24)$$

Имея функции напряжений (24), известными формулами [13] можно определить компоненты напряжений и жесткость стержня.

Киевского механика сплошной среды

Поступила 6.06.1988

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х., Абрамян Б. Л. Кручение упругих тел. М.: Физматгиз, 1963.
2. Власов В. З. Тонкостенные стержни. М.: Физматгиз, 1959.
3. Джанелидзе Г. Ю. Обобщенные зависимости теории тонких стержней.—ДАН СССР, 1949, т. XVI, № 4, с. 597—600.
4. Уманский А. А. Кручение и изгиб тонкостенных авиаконструкций. М.: Оборонгиз, 1939.
5. Малкина Р. Л. Расчет изгиба и кручение цилиндрической оболочки произвольного открытого профиля.—Сб. 54: Вопросы строит. механики. Уральск: Политехнический ин-т им. С. М. Кирова., 1955.
6. Сухаревский И. В., Ткаченко В. А. Зап. мех.-мат. ф-та Харьковского госуниверситета и Харьковского математического общества, 1961, т. XXVIII, сер. 4.
7. Лейбензон Л. С. Собрание трудов. М.: Изд. АН СССР, т. 1, 1951.
8. Griffiths A. A. Preliminary Report on the twisting of Propeller Blades.—Rep. a Mem. 1918, № 454.
9. Prescott J. Applied Elasticity. New York, 1946.
10. Саркисян В. С., Мамрилова А., Манукян Э. А. О кручении неоднородных анизотропных призматических стержней.—Уч. зап. ЕГУ, № 1, 1977.
11. Ломакин В. А. Теория упругости неоднородного тела. М.: Изд. МГУ, 1976.
12. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.-Л., 1950.
13. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1976.

Ա մ փ ն փ ու մ

Աշխատանքը նվիրված է անհամասեռ, անիզոտրոպ նյութից պատրաստված բարակապատ ձողերի ուղղման խնդրին: Երկրաչափական փոքր պարամետրի մեթոդով խնդրի համար ստացվել են ուղղաձողի դիֆերենցիալ հավասարումներ և համարպատասխան եզրային պայմաններ: Դիտարկվում է անհամասեռության մասնավոր օրինակ, երբ առաձգական հաստատունները տրվում են աստիճանային ֆունկցիաների տեսքով:

Summary

The paper is devoted to the solution of the torsional problem of nonhomogeneous, anisotropic prismatical bars. For this problem recurrent differential equations and boundary conditions have been obtained by the method of small geometrical parameter.

A special case is considered when the coefficients of elasticity are given in the exponential function form.