ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 1986 Естественные науки

Механика

УДК 539.3; 534.21

Г. Е. БАГДАСАРЯН, З. Н. ДАНОЯН, Л. А. САНОЯН

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОУПРУГОСТИ ПЬЕЗОМАГНИТНЫХ СРЕД

В работе на основе уравнений магнитоупругости пьезомагнитных анизотропных сред исследуется возможность постановки плоской задачи магнитоупругости в зависимости от упругих и магнитных симметрий кристаллов. Показано, что учет пьезомагнитного эффекта значительно сужает множество кристаллов, для которых возможна постановка плоской задачи.

Получены основные уравнения, описывающие плоское деформированное состояние рассматриваемых сред.

1. Как известно [1—3], существуют кристаллы-пьезомагнетики, деформация которых сопровождается возникновением магнитной поляризации, линейной по деформации (прямой пьезомагнитный эффект). В пьезомагнетиках существует обратный пьезомагнитный эффект—линейная магнитострикция: возникновение деформации, линейной по наложенному на кристалл магнитному полю.

Для учета магнитоупругих свойств пьезомагнетика необходимо в термодинамический потенциал кристалла наряду с членами, учитывающими чисто упругие и магнитные энергии, включить также члены, отвечающие связанным магитоупругим взаимодействиям [1—3]:

$$\Phi=\Phi_0+\frac{1}{2}c_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}-\frac{1}{2}\mu_{ik}H_iH_k-b_{ikl}H_i\varepsilon_{kl}, \tag{1.1}$$

где Φ_0—потенциал кристалла, отнесенный к недеформированному состоянию, H_i—компоненты вектора напряженности магнитного поля, ε_{ij}, c_{ijkl}, μ_{ik}, b_{ikl}—тензоры деформации, упругих постоянных, магнитных проницаемостей и пьезомагнитных коэффициентов соответственно.

Из (1.1) легко получить следующие материальные уравнения, описывающие магнитоупругие взаимодействия в пьезомагнетиках [4]:

$$\sigma_{ik}=\frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon_{ik}}=c_{iklm}\varepsilon_{lm}-b_{lik}H_l,$$

$$B_i=-\frac{\partial\Phi}{\partial H_i}=\mu_{ik}H_k+b_{ikl}\varepsilon_{kl}, \tag{1.2}$$

где σ_{ik}—компоненты тензора упругих напряжений, B_i—компоненты вектора магнитной индукции.

Тензор пьезомагнитных коэффициентов b_{lik} является тензором так называемого магнитного типа [1—5]. Этот тензор в силу симметрии тензора деформации ε_{ij} симметричен по последним двум индексам и имеет в общем случае 18 независимых компонент [1—5]. Число независимых компонент b_{lik} определяется классом магнитной симметрии пьезомагнетика.

Магнитная симметрия характеризует симметричное распределение микротоков $j_m(x_i)$ (j_m —истинная плотность тока, усредненная по времени, но не по физическим бесконечно малым объемам), в то время как обычная (электрическая) симметрия характеризует симметричное распределение микрозарядов $\rho(x_i)$ (заряженных частиц) в кристалле. Магнитная симметрия кристаллов, кроме обычных элементов симметрии—поворотов, отражений, трансляций, может обладать новым элементом симметрии—инверсией времени $I'(t \to -t)$. Причем инверсия времени I' может проявляться сама по себе или в сочетании с другими элементами симметрии, в зависимости от структуры кристалла. В первом случае говорят, что кристаллы не обладают магнитной структурой, во втором—имеем дело с кристаллами с упорядоченной магнитной структурой.

Оказывается, что пьезомагнетики относятся к кристаллам с упорядоченной магнитной структурой, хотя обратное не всегда верно. Пьезомагнетизм зависит от типа (группы, класса) магнитной симметрии кристалла. Будучи макроскопическим свойством кристалла, пьезомагнетизм характеризуется только точечной группой магнитной симметрии этого кристалла (точечными называются преобразования, при которых хотя бы одна точка кристалла остается на месте).

Известно, что магнитные точечные классы (группы) можно разделить на три типа: полярные, нейтральные и смешанные [1, 4].

К полярным относятся 32 обычных кристаллических класса, не содержащих инверсии времени I' вовсе. Эти классы обозначаются так, как в обычной кристаллофизике. К их числу относятся как ферромагнетики, так и антиферромагнетики 1-ого рода. Вещества с полярной магнитной симметрией могут иметь свойство пьезомагнетизма, кроме классов $m3m$, $\bar{4}3m$ и 432, для которых компоненты тензора b_{lik} обращаются в нуль.

К нейтральным классам относятся те же 32 класса, дополненных элементом симметрии I'. При обозначении этих классов к обозначению обычного класса справа добавляется I' (если в обозначении обычного класса содержится цифра 3, то, вместо добавления I', 3 можно заменить на $3'$). К этим классам относятся кристаллы без магнитной структуры и антиферромагнетики 2-ого рода. Вещества с нейтральной магнитной структурой не обладают пьезомагнетизмом.

К смешанным классам относятся 58 магнитных классов, в которых элемент симметрии I' входит только в комбинации с поворотами или отражениями. Эти сочетания преобразований называются соответственно антиповоротами и антиотражениями. Для обозначений антиповоротов и антиотражений используются обозначения поворотов и отражений с добавлением знака «′». Вещества со смешанной магнитной симметрией могут быть как ферромагнетиками, так и антиферромагнетиками 1-ого рода. Из них те, класс магнитной симметрии которых содержит антиинверсионный поворот, не обладают пьезомагнетизмом (их число равно 21). Вещества, принадлежащие к остальным 37 классам, допускают пьезомагнитный эффект.

Таким образом, те вещества могут допускать пьезомагнитный эффект, которые принадлежат к вышеуказанным 66 магнитным классам, причем эти вещества могут быть как ферромагнетиками, так и антиферромагнетиками 1-ого рода.

Отметим, что магнитный момент, возникающий в ферромагнетиках при деформации, может иметь величину того же порядка, что и в антиферромагнетиках, но экспериментально его наблюдать значительно сложнее, т. к. он проявляется на фоне большего спонтанного магнитного момента [6].

Следует также отметить, что если симметрия распределения токов задана, то тем самым будет определена и кристаллическая симметрия расположения частиц в кристалле, совпадающая с симметрией функции $\rho_m(x_i)$. Она будет определяться той группой, которая получится из группы симметрии J_m, если формально считать I' тождественным преобразованием [1, 4].

Ниже приводится таблица тензоров пьезомагнитных коэффициентов для вышеуказанных 66 магнитных классов [4, 5]. Для обозначения классов используется международная символика.

Таблица 1

Классы магнитной симметрии	Тензор пьезомагнитных коэффициентов	Число независимых компонент	Классы магнитной симметрии	Тензор пьезомагнитных коэффициентов	Число независимых компонент
$1, \bar{1}$	$\begin{matrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} & b_{36} \end{matrix}$	18	$22'2'$, $2m'm'$, mm', $mm'm'$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{24} & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	5
$2'$, m', $2'/m'$	$\begin{matrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 0 & 0 & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 & b_{26} \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} & b_{35} & 0 \end{matrix}$	10	4, 6, $\bar{6}$, $\bar{4}$, $4/m$, $6/m$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} & b_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{15} & -b_{14} & 0 \\ b_{31} & b_{31} & b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	4
2, m, $2/m$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} & b_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{24} & b_{25} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & b_{36} \end{matrix}$	8	$4'$, $\bar{4}'$, $4'/m$	$\begin{matrix} 0 & b_{12} & -b_{13} & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{25} & b_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{26} & -b_{25} \end{matrix}$	4
$3, \bar{3}$	$\begin{matrix} b_{11} & -b_{11} & 0 & b_{14} & b_{15} & -b_{22} \\ -b_{22} & -b_{22} & 0 & b_{15} & -b_{14} & -b_{11} \\ b_{31} & b_{31} & b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	6	$32'$, $3m'$, $\bar{3}m'$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_{15} & -b_{22} \\ -b_{22} & b_{22} & 0 & b_{15} & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{31} & b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	4
222, $2mm$, mmm	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{36} \end{matrix}$	3	$\bar{6}'$, $6'$, $6'/m'$	$\begin{matrix} b_{11} & -b_{11} & 0 & 0 & 0 & -b_{22} \\ -b_{22} & b_{22} & 0 & 0 & 0 & -b_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	2
$42'$, $62'$, $4m'm'$, $6m'm'$, $\bar{4}2'm'$, $\bar{6}2'm'$, $4/mm'm'$, $6/mm'm'$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{15} & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{31} & b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	3	42, 62, $\bar{4}2m$, $\bar{6}2m$, $4/mmm$, $6/mmm$, $4mm$, $6mm$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	1
$4'2$, $4'mm'$, $\bar{4}'2m'$, $4'/mmm'$, $\bar{4}'2'm(2//X_1)$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{36} \end{matrix}$	2	$\bar{6}'2'm(2//X_1)$, $\bar{6}'2m'$, $6'2$, $6'mm'$, $6'/m'mm'$	$\begin{matrix} b_{11} & -b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	1
32, $3m$, $\bar{3}m$	$\begin{matrix} b_{11} & -b_{11} & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{14} & -b_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	2	23, $m3$, $\bar{4}'3m'$, $4'3$, $m3m'$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{14} \end{matrix}$	1

2. Полная система уравнений, описывающая магнитоупругие процессы в пьезомагнитной среде в отсутствие внешних токов и зарядов,

состоит из уравнений движения упругой среды, из уравнений состояния (1.2) и квазистатических уравнений Максвелла [7, 8]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}=\rho\,\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},\\
&\sigma_{ik}=c_{iklm}\varepsilon_{lm}-b_{lik}H_l,\\
&\varepsilon_{lm}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_m}+\frac{\partial u_m}{\partial x_l}\right),\\
&B_i=\mu_{ik}H_k+b_{ikl}\varepsilon_{kl},\\
&\frac{\partial B_i}{\partial x_i}=0,\\
&e_{ijk}\frac{\partial H_k}{\partial x_j}=0,
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

где e_{ijk}—тензор Леви-Чевита, u_i—компоненты вектора упругого перемещения, ρ—плотность кристалла.

Введя потенциальную функцию φ посредством $H_i=-\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_i}$, систему (2.1) можно привести к виду

$$
\begin{aligned}
&c_{iklm}\frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k\partial x_l}+b_{lik}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_k\partial x_l}=\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},\\
&b_{ikl}\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i\partial x_l}-\mu_{ik}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_i\partial x_k}=0.
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

К этим уравнениям в общем случае добавляются граничные и начальные условия. Движение в среде рассматривается в декартовой координатной системе x_i (x_3 направлена вдоль главной оси симметрии кристалла, а x_1—вдоль оси 2-ого порядка, если такая имеется, либо параллельна нормали к плоскости симметрии, проходящей через главную ось, либо направлена так, чтобы матрица упругих постоянных c_{ik} имела бы такой же вид, как и при наличии оси 2-ого порядка [9]; в случае моноклинной системы направление оси x_1 произвольно); используется система единиц СИ.

3. Рассмотрим условия, при которых система уравнений (2.2) допускает решения, характеризующие плоское деформированное состояние кристалла.

Пусть кристалл находится в следующем плоском деформированном состоянии:

$$
u_\alpha=0;\quad \frac{\partial u_m}{\partial x_\alpha}=0;\quad \frac{\partial\varphi}{\partial x_\alpha}=0,\quad (\alpha,\ m=1,\ 2,\ 3). \tag{3.1}
$$

Уравнения (2.2) при отсутствии пьезомагнитного эффекта ($b_{ijk}=0$) допускают решения типа (3.1) при выполнении условий [9, 10]:

$$
c_{\alpha\beta\beta\beta}=c_{\alpha\beta\beta\gamma}=c_{\alpha\gamma\gamma\beta}=0;\quad \begin{pmatrix}\alpha,\ \beta,\ \gamma=1,\ 2,\ 3;\\ \gamma,\ \beta\neq\alpha\end{pmatrix}. \tag{3.2}
$$

Эти условия выполняются для всех кристаллов ромбической, тетрагональной, гексагональной и кубической систем. Для кристаллов моноклинной системы условия (3.2) выполняются только в случае $\alpha=$

$=3\left(u_3=0;\ \frac{\partial u_m}{\partial x_3}=0\right)$, а для кристаллов тригональной системы—только в случае $\alpha=1\left(u_1=0;\ \frac{\partial u_m}{\partial x_1}=0\right)$.

Предполагая, что условия (3.2) выполняются, получаем, что система (2.2) допускает решения вида (3.1), если пьезомагнитные коэффициенты b_{ijk} удовлетворяют условиям

$$b_{l\alpha k}=0\ (k,\ l=1,\ 2,\ 3;\ \ k,\ l\neq\alpha), \tag{3.3}$$

где $\alpha=1$, 2, 3 для ромбических, тетрагональных, гексагональных и кубических, $\alpha=3$ для моноклинных и $\alpha=1$ для тригональных кристаллов.

С использованием табл. 1 и (3.2) выбираются магнитные классы кристаллов, для которых возможны решения типа (3.1). Результаты приведены в табл. 2, в которой магнитные классы сгруппированы по соответствующим кристаллическим системам.

Таблица 2

Тип плоской задачи / система	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=3$
моноклинная	—	—	$2', m', 2'/m'$
тригональная	$32', 3m', \bar{3}m'$	—	—
ромбическая	$22'2', 2m'm'$, $mm', mm'm'$	$22'2', 2m'm'$ $mm', mm'm'$	—
тетрагональная	$42', 4m'm'$, $42'm', 4/mm'm'$	$42', 4m'm'$, $42'm', 4/mm'm'$	—
гексагональная	$62', 6m'm'$, $\bar{6}2'm', 6/mm'm'$	$62', 6m'm', \bar{6}2'm'$, $6'mm'm'$ $\bar{6}'2'm, \bar{6}'2m'$, $6'2, 6'mm'$, $6'/m'mm'$	$\bar{6}', 6', 6'/m'$, $\bar{6}'2'm, \bar{6}'2m'$, $6'2, 6'mm'$, $6'/m'mm'$
кубическая	—	—	—

Из табл. 2 видно, что учет пьезомагнитного эффекта приводит к сужению множества кристаллов, для которых возможна постановка плоской задачи магнитоупругости. Для кристаллов 2, m, 2/m моноклинной, 3, $\bar{3}'$, 32, 3m, $\bar{3}$m тригональной, 222,2mm, mmm ромбической, 4,$\bar{4}$, 4/m, 4′, $\bar{4}'$, 4′/m, 4′2,4′mm′, $\bar{4}'2m'$, $\bar{4}'2'm$, 4′/mmm′, 42, $\bar{4}2m$, 4/mmm, 4 mm тетрагональной, 6,$\bar{6}$, $\bar{6}2m$, 62, 6/mmm′, 6mm гексагональной и для всех кристаллов кубической систем возможность постановки плоской задачи магнитоупругости исключается, хотя без учета пьезомагнитного эффекта указанные кристаллы допускают плоскую задачу.

Приведем систему уравнений магнитоупругости пьезомагнитных кристаллов, описывающих плоское деформированное состояние для магнитных классов из табл. 2 при $\alpha=1$, 2, 3.

Случай $\alpha=1\left(u_1=0;\quad \frac{\partial u_m}{\partial x_1}=0,\ (m=1,\ 2,\ 3);\quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}=0\right)\cdot$

$$
\begin{gathered}
c^*_{22}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+c^*_{24}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}+2c^*_{24}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2\partial x_3}+(c^*_{23}+c_{44})\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2\partial x_3}+\\
+c_{44}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2}+b^*_{22}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}+(b^*_{24}+b^*_{32})\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2\partial x_3}=\rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2},\\
c^*_{42}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+c_{44}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}+(c_{44}+c^*_{32})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2\partial x_3}+c_{33}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2}+\\
+b^*_{24}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}+b_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2}=\rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},\\
b^*_{22}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+(b^*_{24}+b^*_{32})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2\partial x_3}+b^*_{24}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}+\\
+b_{33}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2}-\mu^*_{22}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}-\mu_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2}=0.
\end{gathered}
\tag{3.4}
$$

Значения коэффициентов со звездочкой приведены в табл. 3.

Таблица 3

	32′, 3m′, $\bar{3}$m′	22′2′, 2m′m′, mm′, mm′m′	42′, 4m′m′, $\bar{4}$2′m′, 4/mm′m′	$\bar{6}$2′, 6m′m′, $\bar{6}$2′m′, 6/mm′m′
c^*_{22}	c_{11}	c_{22}	c_{11}	c_{11}
c^*_{24}	$-c_{14}$	0	0	0
c^*_{23}	c_{13}	c_{23}	c_{13}	c_{13}
b^*_{22}	b_{22}	0	0	0
b^*_{24}	b_{15}	b_{24}	b_{15}	b_{15}
b^*_{32}	b_{31}	b_{32}	b_{31}	b_{31}
μ^*_{22}	μ_{11}	μ_{22}	μ_{11}	μ_{11}

Случай $\alpha=2\left(u_2=0;\quad \frac{\partial u_m}{\partial x_2}=0,\ (m=1,\ 2,\ 3);\quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}=0\right)\cdot$

$$
\begin{gathered}
c_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+(c_{13}+c^*_{55})\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1\partial x_3}+c^*_{55}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}+\\
+b^*_{11}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}+(b^*_{15}+b^*_{31})\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1\partial x_3}=\rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2},
\end{gathered}
$$

$$
c_{55}^{*}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}+(c_{55}^{*}+c_{31})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3}+c_{33}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2}+ \tag{3.5}
$$

$$
+b_{15}^{*}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}+b_{33}^{*}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2}=\rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},
$$

$$
b_{11}^{*}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+(b_{15}^{*}+b_{31}^{*})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3}+b_{15}^{*}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}+
$$

$$
+b_{33}^{*}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2}-\mu_{11}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}-\mu_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2}=0.
$$

Значения коэффициентов со звездочкой приведены в габл. 4.

Таблица 4

	22′2′, 2m′m′, mm′, mm′m′	42′, 4m′m′, 42′m′, 4/mm′m′	62′, 6m′m′, $\bar{6}$2′m′, 6/mm′m′	$\bar{6}$′2′m, $\bar{6}$′2m′, 6′2, 6′mm′, 6′/m′mm′
c_{55}^{*}	c_{55}	c_{44}	c_{44}	c_{44}
b_{11}^{*}	0	0	0	b_{11}
b_{15}^{*}	b_{15}	b_{15}	b_{15}	0
b_{31}^{*}	b_{31}	b_{31}	b_{31}	0
b_{33}^{*}	b_{33}	b_{33}	b_{33}	0

Случай $\alpha=3\left(u_3=0;\ \frac{\partial u_m}{\partial x_3}=0,\ (m=1,\ 2,\ 3);\ \frac{\partial \varphi}{\partial x_3}=0\right)$.

$$
c_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+c_{16}^{*}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}+2c_{16}^{*}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2}+(c_{12}+c_{66})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2}+
$$

$$
+c_{66}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}+c_{26}^{*}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+b_{11}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}+(b_{16}^{*}+b_{21}^{*})\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2}+
$$

$$
+b_{26}^{*}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}=\rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2},
$$

$$
c_{16}^{*}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+c_{66}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}+(c_{66}+c_{21})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2}+2c_{26}^{*}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2}+ \tag{3.6}
$$

$$
+c_{22}^{*}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+c_{26}^{*}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}+b_{16}^{*}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}+(b_{12}^{*}+b_{26}^{*})\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2}+
$$

$$
+b_{22}^{*}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}=\rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2},
$$

$$
b_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+(b_{16}^{*}+b_{21}^{*})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2}+b_{16}^{*}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}+
$$

$$+(b^*_{12}+b^*_{26})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2}+b^*_{26}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}+b^*_{22}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}-$$

$$-\mu_{11}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}-2\mu^*_{12}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2}-\mu^*_{22}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}=0.$$

Значения коэффициентов со звездочкой приведены в табл. 5.

Таблица 5

	$2', m', 2'/m'$	$\bar{6}', 6', 6'/m'$	$\bar{6}'2'm, \bar{6}'2m', 6'2, 6'mm, 6'/m'mm'$
c^*_{16}	c_{16}	0	0
c^*_{26}	c_{26}	0	0
c^*_{22}	c_{22}	c_{11}	c_{11}
b^*_{16}	b_{16}	$-b_{22}$	0
b^*_{21}	b_{21}	$-b_{22}$	0
b^*_{26}	b_{26}	$-b_{11}$	$-b_{11}$
b^*_{12}	b_{12}	$-b_{11}$	$-b_{11}$
b^*_{22}	b_{22}	b_{22}	0
μ^*_{12}	μ_{12}	0	0
μ^*_{22}	μ_{22}	μ_{11}	μ_{11}

Отметим, что при решении граничных задач к уравнениям (3.3), (3.4), (3.5) необходимо присоединить граничные условия, допускающие плоскую задачу.

Аналогичные исследования в случае пьезоэлектрических сред приведены в [11].

Кафедра применения средств вычислительной техники к естественным наукам ЕГУ,
Институт механики АН Арм. ССР

Поступила 19.10.1985

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, 623 с.
2. **Дзялошинский И. Е.** К вопросу о пьезомагнетизме.—ЖЭТФ, 1957, т. 33, № 3, 807 с.

3. **Боровик-Романов А. С.** Пьезомагнетизм в антиферромагнетиках фторидах кобальта и марганца.—ЖЭТФ, 1960, т. 38, № 4, 1088 с.
4. **Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П.** Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979, 639 с.
5. **Тавгер Б. А.** Симметрия пьезомагнетизма антиферромагнетиков.—Кристаллография, 1958, т. 3, № 3, с. 342—345.
6. **Смоленский Г. А., Леманов В. В.** Ферриты и их техническое применение. Л.: Наука, 1975, 219 с.
7. **Багдасарян Г. Е., Даноян З. Н., Гараков В. Г.** Распространение магнитоупругих волн в пьезомагнитном полупространстве.—В кн.: III Всесоюзн. симп.: Теоретические вопросы магнитоупругости. Ереван: Изд-во ЕГУ, 1984, 178 с.
8. **Багдасарян Г. Е., Даноян З. Н., Гараков В. Г.** Сдвиговые поверхностные магнитоупругие волны в анизотропном пьезомагнитном полупространстве.—В кн.: Матер. II всесоюз. научно-техн. конф.: Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов. Ереван: Изд-во ЕГУ, 1984, т. I, 262 с.
9. **Федоров Ф. И.** Теория упругих волн в кристаллах. М.: Наука, 1965, 386 с.
10. **Хзарджян А. А.** О плоской и антиплоской задачах теории упругости в однородных анизотропных средах.—Уч. записки ЕГУ, 1982, № 2, с. 45—49.
11. **Аветисян А. С.** К задаче распространения сдвиговых волн в пьезоэлектрической среде.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1985, т. 38, № 1, с. 12—19.

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Զ. Ն. ԴԱՆՈՅԱՆ, Լ. Ա. ՍԱՆՈՅԱՆ

ՊՅԵԶՈՄԱԳՆԵՏԻԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՄԱԳՆԻՍԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ամփոփում

Աշխատանքում, ելնելով պյեզոմագնետիկ միջավայրերի մագնիսաառաձգականության հավասարումներից, ուսումնասիրվում է հարթ խնդրի դրվածքի հնարավորությունը կախված բյուրեղների առաձգական և մագնիսական սիմետրիաներից։ Ցույց է տված, որ պյեզոմագնիսական էֆեկտի հաշվառումը նեղացնում է այն բյուրեղների դասը, որոնց համար հնարավոր է հարթ խնդիր։ Ստացված են հարթ դեֆորմացիոն վիճակը այդ միջավայրերում նկարագրող հիմնական հավասարումները և առնչությունները։