

## Физика

УДК 524.3

М. Г. АБРАМЯН, В. Н. ПЕТВИАШВИЛИ, А. М. ФРИДМАН

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ГРАВИТИРУЮЩЕГО ДИСКА И СПИРАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ГАЛАКТИК

Исследованы нелинейные возмущения неустойчивых по Джинсу дисков и обсужден вопрос спиральных структур галактик с точки зрения нелинейной волновой теории, устраниющей ряд трудностей линейной теории.

**Введение.** Нелинейная теория возмущений гравитирующего врашающегося диска показала возможность «самоорганизации» стационарных огибающих туга закрученных спиральных возмущений диска в виде солитонов и периодических волн [1–8]. Эти результаты представляют большой интерес с точки зрения объяснения наблюдаемых спиральных структур галактик с одновременным решением проблемы возбуждения и поддержания спирального узора [5–7]. Для последних целей важным является исследование нелинейных возмущений неустойчивых по Джинсу (или дисков, некоторые области которых находятся в состоянии гравитационной неустойчивости), так как при этом источником возбуждения спиральных возмущений является гравитационная неустойчивость. Аналогичная задача была рассмотрена в [1] для дисков, находящихся на грани гравитационной неустойчивости.

В настоящей работе рассмотрены нелинейные возмущения неустойчивых по Джинсу дисков ( $u_s < 1/2$ ) в области волновых чисел, где инкременты волн малы ( $\gamma^2 \ll 1$ )\*, а также обсужден вопрос о том, как можно представить спиральную структуру галактик с точки зрения нелинейной волновой теории.

**Нелинейные возмущения неустойчивых по Джинсу дисков.** Для возмущений азимутальной скорости гравитирующего диска в главном порядке ВКБ-приближения имеем нелинейное дифференциальное уравнение [6, 7]

$$\frac{\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \tau^2}}{1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}} - \frac{\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} \right)^2}{\left( 1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)^2} + \frac{\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2} \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} \right)^2}{\left( 1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)^3} = \\ = - \left( 1 + \text{sgn} \chi \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \epsilon + u_s^2 \left( 1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)^{(1-2)/\gamma} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2}, \quad (1)$$

\* Такая задача была рассмотрена и в работе [8]. Однако в ней нелинейностью члена газового давления, являющейся основной в случае  $\gamma^2 \ll 1$ , было пренебрежено.

где

$$\chi = \frac{k}{k_0}, \quad u_s = \frac{k_0}{\chi} c_s, \quad k_0 = \frac{\chi^3}{2\pi G \sigma_0}, \quad \chi^3 = 4\Omega^2 \left( 1 + \frac{r}{2\Omega} \frac{d\Omega}{dr} \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{1}{\chi} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \Omega \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \quad \rho = k_0 r, \quad \epsilon = \frac{2\Omega k_0}{\chi^3} v_\varphi, \quad (2)$$

$\Omega(r)$ ,  $\chi(r)$ ,  $\sigma_0(r)$  — угловая скорость, эпциклическая частота, равновесная поверхностная плотность диска соответственно,  $\gamma$  — объемный показатель политропы.

Возмущения поверхности плоскости диска и радиальной скорости связаны с возмущениями азимутальной скорости соотношениями [6]

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}, \quad u = \frac{k_0}{\chi} v_r = - \frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} / \left( 1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right). \quad (3)$$

В линейном по  $\epsilon$  приближении представляя решение уравнения (1) в виде  $\epsilon \sim \exp(i v_0 \tau + i \int \chi d\rho)$ , получим дисперсионное соотношение

$$v_0^2 = -\gamma_\chi^2 = 1 - |\chi| + u_s^2 \chi^2, \quad (4)$$

которое дает, что при  $u_s < 1/2$  диск неустойчив по Джинсу относительно возмущений с волновыми числами  $\chi_- < \chi < \chi_+$ , где

$$\chi_{\pm} = \frac{1}{2u_s^2} (1 \pm \sqrt{1 - 4u_s^2}). \quad (5)$$

В работе [1] на примере твердотельно вращающегося диска показано, что при наступлении неустойчивости раскачивается лишь одна гармоника. При этом в реальных дисках галактик, где характерная линейная скорость вращения диска намного превосходит скорость звука в диске, раскачивается коротковолновая мода. Нелинейные эффекты проявляются в возникновении и последующем росте амплитуды возмущений обертонных масштабов. Тогда решение уравнения (1) можно представить в виде ряда Фурье

$$\epsilon(\rho, \tau) = \sum_l \epsilon_l(\tau) e^{i l \chi \rho}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (1) и применяя обычную процедуру исключения амплитуд высших гармоник, для амплитуды основной гармоники возмущений в рамках кубического по  $\epsilon$  приближения получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \epsilon_1}{\partial \tau^2} - \gamma_\chi^2 \epsilon_1 + 2a(\chi) |\epsilon_1|^2 \epsilon_1 = 0, \quad (7)$$

где

$$a(\chi) = \frac{u_s^2 \chi^4}{2} \frac{2-\gamma}{\gamma^2} \left( 1 - 2(2-\gamma) \frac{u_s^2 \chi^2}{\gamma^2} \right) \approx \chi^2 \hat{a}, \quad (8)$$

$$v_0^2 = 1 - 2|\chi| + 4u_s^2 \chi^2. \quad (9)$$

Уравнение (7) справедливо в окрестностях  $\chi_{\pm}$ , где  $\gamma_\chi^2 \ll 1$ . Пусть в рассматриваемой области волновых чисел возбужден узкий пакет волн с  $\Delta \chi / \chi \ll 1$ . Для получения пространственной структуры этих возмущений разложим функцию  $\gamma_\chi^2$  в ряд Тейлора в окрестности  $\chi_+$  (коротковолновая область):

$$\gamma^2 = (2u_s^2\chi - 1)\Delta\chi - u_s^2(\Delta\chi)^2. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (7) и переходя к координатному представлению, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial \tau^2} - u_s^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial \rho^2} - i(2u_s^2\chi - \operatorname{sgn}\chi) \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \rho} + 2a|\varepsilon_1|^2\varepsilon_1 = 0. \quad (11)$$

Представим решение этого уравнения в виде

$$\varepsilon_1(\rho, \tau) = \varepsilon_0(\rho, \tau)e^{iv\tau}, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_0(\rho, \tau)$ ,  $v$  действительны. Уравнение (11) с учетом (12) распадается на систему двух уравнений

$$2v \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \tau} - (2u_s^2\chi - \operatorname{sgn}\chi) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial \tau^2} - u_s^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial \rho^2} - v^2 \varepsilon_0 + 2a\varepsilon_0^3 = 0. \quad (14)$$

Из (13) следует, что нелинейные возмущения распространяются с групповой скоростью

$$u_g = \frac{2u_s^2\chi - \operatorname{sgn}\chi}{2v}, \quad (15)$$

и что  $\varepsilon_0(\rho, \tau) = \varepsilon(\eta)$ , где  $\eta = \rho - u_g\tau$ . С учетом этого уравнения (14) примет вид

$$\frac{d^2 \varepsilon_0}{d\eta^2} + \frac{2a}{u_g^2 - u_s^2} \left( \varepsilon_0^3 - \frac{v^2}{2a} \varepsilon_0 \right) = 0. \quad (16)$$

Первым интегралом уравнения (16) является

$$\left( \frac{d\varepsilon_0}{d\eta} \right)^2 + \frac{a}{u_g^2 - u_s^2} \left( \varepsilon_0^4 - \frac{v^2}{a} \varepsilon_0^2 \right) = E,$$

конечные периодические решения которого выражаются через эллиптические функции Якоби:

$$\varepsilon_0(\eta) = \varepsilon_{0+} \operatorname{cn} \left( \sqrt{(\varepsilon_{0+}^2 + \varepsilon_{0-}^2)} \left| \frac{a}{u_g^2 - u_s^2} \right| \eta, \sqrt{\frac{\varepsilon_{0+}}{\varepsilon_{0+}^2 + \varepsilon_{0-}^2}} \right) \quad (17)$$

при  $E > 0$ ,  $a(u_g^2 - u_s^2) > 0$ ;

$$\varepsilon_0(\eta) = \varepsilon_{0+} \operatorname{dn} \left( \varepsilon_{0+} \sqrt{\left| \frac{a}{u_g^2 - u_s^2} \right|} \eta, \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{0-}^2}{\varepsilon_{0+}^2}} \right) \quad (18)$$

при  $E < 0$ ,  $a(u_g^2 - u_s^2) > 0$ ;

$$\varepsilon_0(\eta) = \varepsilon_{0-} \operatorname{sn} \left( \varepsilon_{0+} \sqrt{\left| \frac{a}{u_g^2 - u_s^2} \right|} \eta, \frac{\varepsilon_{0-}}{\varepsilon_{0+}} \right) \quad (19)$$

при  $E > 0$ ,  $u_g^2 - u_s^2 > 0$ ,  $a < 0$ ,

$$\varepsilon_0(\eta) = \frac{1}{2} \left| \frac{v^2}{|a|} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4a(u_g^2 - u_s^2)}{v^4}} \right) \right|. \quad (20)$$

В частности, при  $E \rightarrow 0$  решения (17), (18) переходят в последовательность солитонов

$$\varepsilon_0(\gamma) = \varepsilon_0 + \operatorname{sech}^2 \frac{\gamma}{\varepsilon_0} + \sqrt{\left| \frac{a}{u_g^2 - u_s^2} \right|} \gamma. \quad (21)$$

Исследование поведения коэффициента  $a(\chi)$  дает, что в области коротковолновых возмущений ( $\chi_+$ ) для изотермических дисков ( $\gamma = 1$ ) имеем  $a < 0$ , а для дисков с  $\gamma = 5/3$  (одноатомный газ) —  $a > 0$ . Следовательно, в неустойчивых изотермических дисках волны (19) являются сверхзвуковыми, а волны (17), (18) — дозвуковыми. Для дисков с  $\gamma = 5/3$  — наоборот.

С учетом (6), (12) и, скажем, (17) решение уравнения (1) для неустойчивых по Джинсу дисков представляется в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \operatorname{cn} \left( \sqrt{(\varepsilon_{0+}^2 + \varepsilon_{0-}^2)} \left| \frac{a}{u_g^2 - u_s^2} \right| \gamma, \sqrt{\frac{\varepsilon_{0+}}{\varepsilon_{0+}^2 + \varepsilon_{0-}^2}} \right) \cos(v\tau + \chi\rho), \quad (22)$$

где  $v$ ,  $u_g$  — частота и групповая скорость нелинейных волн.

Решение (22) представляет спиральную модуляцию спиральных возмущений диска. Можно получить решение, представляющее спиральную модуляцию кольцевых возмущений диска. Для этого следует пользоваться решениями уравнения (7), считая амплитуду  $\varepsilon_1(\tau)$  действительной. Тогда аналогичное (22) решение примет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \operatorname{cn} \left( \sqrt{(\varepsilon_{0+}^2 + \varepsilon_{0-}^2)} |a| \tau + C, \sqrt{\frac{\varepsilon_{0+}}{\varepsilon_{0+}^2 + \varepsilon_{0-}^2}} \right) \cos \chi \rho, \quad (23)$$

где

$$\varepsilon_{0\pm}^2 = \frac{1}{2} \left| \frac{\gamma_\chi^2}{|a|} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4aE}{\gamma_\chi^4}} \right) \right|. \quad (24)$$

$C$  — зависящая от  $\chi$  постоянная интегрирования (в решениях (17) — (19) эту постоянную приняли равной нулю).

Итак, в неустойчивом по Джинсу диске нелинейные взаимодействия экспоненциально нарастающих линейных волн могут привести к стационарной картине — туту закрученным спиральным возмущениям (или кольцевым), промодулированным медленно меняющейся спиралью амплитуды.

**Нелинейные возмущения устойчивых по Джинсу дисков ( $u_s > 1/2$ ).** Используя метод медленно меняющихся амплитуд, т. е. представляя решение уравнения (1) в виде

$$\varepsilon(\rho, \tau) = \varepsilon_1(\rho, \tau) e^{i(v_0 \tau + \int \chi d\rho)} + \varepsilon_2(\rho, \tau) e^{2i(v_0 \tau + \int \chi d\rho)} + \text{k.c.}, \quad (25)$$

в рамках кубической нелинейности получим дифференциальное уравнение для амплитуды  $\varepsilon_1(\rho, \tau)$  [4, 5, 9], которое в линейном приближении дает (4), во втором — факт распространения волн с групповой скоростью

$$u_{g0} = \frac{2u_s^2 \chi - \operatorname{sgn} \chi}{2v_0}, \quad (26)$$

а в кубическом приближении — уравнение, первым интегралом которого является

$$\left( \frac{d\epsilon_1}{d\eta} \right)^2 - \frac{a}{u_s^2 - u_{go}^2} \epsilon_1^4 = E, \quad (27)$$

где  $\eta = \rho - u_{go}\tau$ , а коэффициент  $a$  представляется выражением\*

$$a(\chi) = \frac{\chi^2 [2(2\chi - 1)u_s^2 \chi^2 - \gamma |\chi|]^2}{\gamma^2 (3 - 2|\chi|)} + \frac{\chi^2}{\gamma^2} \left[ (2\chi - 1) \left( \frac{5}{2}\chi - 1 \right) - \gamma^2 |\chi| \right]. \quad (28)$$

С учетом (26) и (4) легко убедиться, что в устойчивых по Джинсу дисках возмущения распространяются с звуковой скоростью:  $u_{go} < u_s$ . Поэтому уравнение (27) допускает конечное периодическое решение лишь при  $a < 0$ ,  $E > 0$ :

$$\epsilon_1(\eta) = \epsilon_0 \operatorname{cn} \left( \epsilon_0 \sqrt{\frac{2a}{u_s^2 - u_{go}^2}} \eta, \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (29)$$

где

$$\epsilon_0^4 = \frac{u_s^2 - u_{go}^2}{|a|} E.$$

Полученные результаты справедливы для пакетов волн, возбужденных в окрестности произвольного значения волнового числа  $\chi$ .

Решение (25) с учетом (29) в основном порядке применяемого приближения примет вид

$$\epsilon = \epsilon_0 \operatorname{cn} \left( \epsilon_0 \sqrt{\frac{2|a|}{u_s^2 - u_{go}^2}} \eta, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \cos(\nu_0 \tau + \int \chi d\rho). \quad (30)$$

Это решение справедливо и в случае, когда заполнения представляют кольцевые возмущения ( $m=0$ ). Это легко показать, если фазу в (25) считать не зависящей от  $\phi$ , а амплитуду—зависящей. Так что в аргументах функций сп и cos фигурируют разные, независящие друг от друга, значения « $m$ » (см. дальше).

**Сpirальная структура галактик с точки зрения нелинейной волновой теории.** Приведенные в предыдущих разделах решения могут служить основой для нелинейной волновой трактовки спиральных структур галактик. Перепишем, например, (22) с учетом обозначений (2) в виде

$$\epsilon(r, \phi, t) = \epsilon_0 + \operatorname{cn} \left[ \frac{1}{R} \left( r - \frac{u_g}{k_0} \times \frac{\Omega_p t - \phi}{\Omega_p - \Omega} \right), s \right] \cos[m(\Omega_p t - \phi) + k_r r], \quad (31)$$

где

$$R = \frac{s u_g}{k_0 \epsilon_0 \sqrt{|a|}}, \quad s = \left( 1 + \frac{\epsilon_{0-}^2}{\epsilon_{0+}^2} \right)^{-1/2}. \quad (32)$$

Решение (31) представляет спиральные возмущения быстропеременной фазы с характерной длиной волны

$$\lambda_+ = \frac{2\pi}{k_+} = \frac{4\pi u_s^2}{k_0} \frac{1}{1 + \sqrt{1 - 4u_s^2}}, \quad (33)$$

\* Отличие аналогичного коэффициента в [9] от (28) вызвано неточностью учета нелинейных взаимодействий гармоник с волновыми числами  $2\chi$ ,  $-\chi$  в гравитационных членах.

промодулированные спиралью медленно меняющейся амплитуды, характерная длина волны которой намного превосходит  $\lambda_+$ .

Условия периодичности амплитудной части (31) по  $r$  и  $\varphi$  дают соответственно

$$\lambda_s = 4\pi R K(s), \quad \frac{2\pi v_g}{\Omega_p - \Omega} = \lambda_s. \quad (34)$$

где  $K(s)$ —полный эллиптический интеграл первого рода,  $v_g = u_g s / k_0$ ,  $2n$  ( $n=1; 2; \dots$ )—число спиралей амплитудной части,  $R$ —характерный размер уплотнения материи диска в модулированной волне. Заметим, что число рукавов спирального узора определяется не числом  $n$ , фигурирующим в фазе и определяющим число спиралей в заполнениях, а значением  $p$ .

Можно предположить, что спиральная структура галактик представляет нелинейные возмущения диска типа (31). Тогда спиральные рукава будут представлять области максимумов и минимумов амплитудной части (характерные размеры которых по  $r$  порядка  $R$ ), отстоящие друг от друга на расстоянии  $\frac{\lambda_a}{2n}$  по радиусу. Возмущения же быстропеременной фазы (спиральные или кольцевые) будут представлять тонкую структуру спирального узора (различные градиенты плотности в рукавах и межрукавных областях) с характерным размечом (33) (см. рисунок).

Так как  $K(s) \gg \frac{\pi}{2}$  при

ближких к единице значениях модуля  $K(s) \gg 1$ , то межрукавное расстояние  $\frac{\lambda_a}{2n} =$

$= 2RK(s)$  в 4 и более раз может превосходить ширину рукавов ( $R$ )—факт, имеющий место во многих спиральных галактиках.

Отметим следующее важное свойство решения (30). Если волновой пакет возбуждается в области минимума дисперсионной кривой линейных спиральных волн, то  $\chi = 1/2u_s^2$  и  $u_g = 0$ . Тогда амплитуда модуляций становится аксиально-симметричной, не зависящей от  $\varphi$  и  $t$ :

$$\varepsilon(r, \varphi, t) = \varepsilon_{0+} \operatorname{cn}\left(\frac{r}{R_0}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cos[m(\Omega_{p0}t - \varphi) + \int k dr], \quad (35)$$

где

$$R_0 = \frac{u_s}{k \varepsilon_{0+} \sqrt{|a|}}.$$

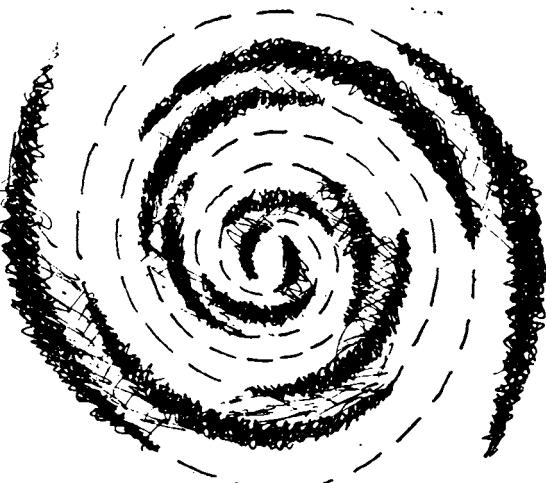


Иллюстрация нелинейной волновой модели спиральной структуры галактик. Прерывистые линии представляют спираль быстропеременной фазы (линейная теория), которая модулирована спиралью амплитудной части решения (31).

Нелинейные возмущения (35) представляют спирали линейной теории (быстропеременной фазы) с  $\lambda = \frac{4\pi u_s^3}{k_0}$ , амплитуда которых плавно ме-

няется вдоль радиуса диска. При этом в области диска  $0 < r < 2RK(1/\sqrt{2})$  функция  $\text{sp}z > 0$  и амплитудная часть усиливает области максимумов спиральных возмущений фазы, а в области  $2RK < r < 4RK$  функция  $\text{sp}z$  отрицательна и усиливаются области минимумов фазы. В результате спиральный узор в области первого полупериода амплитуды будет смещенным от узора в области второго полупериода и т. д. Это дает возможность объяснить многоярусность спиральных структур некоторых галактик.

С целью иллюстрации значений характерных параметров  $\lambda_+$ ,  $R$ ,  $\lambda_a$  спиральных узоров галактик оценим их в окрестностях Солнца. Принимая модель диска

$$\Omega(r) = \frac{v_0}{r}, \quad \sigma_0(r) = \frac{\sigma_{00}r_0}{r}, \quad (36)$$

получим

$$\lambda_+ = \frac{88}{\gamma_+} \frac{\sigma_{00}r_0}{v_0^2} r (\text{кпк}), \quad u_s \equiv 0.05 \frac{c_s v_0}{\sigma_{00} r_0},$$

$$R = \frac{\lambda_+}{2\pi} \frac{s \sqrt{1 - 4u_s^2}}{\epsilon_0 \sqrt{|a|}},$$

где  $[\sigma_{00}] = M_\odot / nk^2$ ,  $[v_0] = \text{км/с}$ ,  $[r_0] = \text{кпк}$ . Считая  $v_0 = 250$ ,  $\sigma_{00} = 40$ ,  $r_0 = 10$ ,  $\gamma = 1$ ,  $m = 2$ ,  $n = 1$ , получим  $u_s = 0.31$ ,  $\lambda_+ = 0.5 \text{ кпк}$ ,  $a = -0.27$ . Так что если  $s \leq 0.3$ ,  $\epsilon_0 \approx 0.3$  и тогда  $s \approx 0.7$ , то получим  $R \approx 1.3 \text{ кпк}$ ,  $\lambda_a \gtrsim 9.5 \text{ кпк}$ .

Как видно из обсужденного, нелинейный волновой подход к объяснению спиральных структур галактик имеет ряд преимуществ по сравнению с линейной. Многие наблюдательные факты в рамках этого подхода получают естественные объяснения, и, кроме этого, он лишен основной трудности линейной теории, связанной с проблемой возбуждения и поддержания спирального узора.

В заключение приведем основные преимущества нелинейной волновой теории спиральных структур галактик:

а) Проблема возбуждения и поддержания спиральной структуры решается путем раскачки волн в областях диска, где он неустойчив гравитационно (обычно периферийные области). Если диск устойчив гравитационно, то волны могут возбуждаться за счет нелинейных неустойчивостей диска.

б) Тонкая структура наблюдаемых спиральных узоров (различные градиенты плотности в рукавах и межрукавных областях, которые пытались объяснить ветвлением линейных решений [11] или частными нелинейными явлениями—образованием ударных волн [12], распадной неустойчивостью спиральных волн [13]) в рамках предложенного подхода представляет возмущения быстропеременной фазы (заполнения).

в) Относительную тонкость рукавов спиралей по сравнению с межрукавным расстоянием в ряде галактик можно объяснить близкими к единице значениями модуля функции  $\text{sp}z$  у этих галактик.

г) Многоярусность спиральной структуры некоторых галактик можно объяснить близким к нулю значением групповой скорости волн в дисках галактик.

д) Устраняется трудность, связанная с антиспиральной теоремой [4].

Ереванский государственный университет,  
Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова,  
Астрономический совет АН СССР

Поступила 30.09.1987

## ЛИТЕРАТУРА

1. Михайловский А. Б., Петвишвили В. И., Фридман А. М. Нелинейная теория неустойчивости вращающегося гравитирующего диска.—Астрон. ж., 1979, т. 56, с. 279.
2. Чурилов С. М. Нелинейные волны в дифференциально вращающихся плоских газовых дисках.—Иссл. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. М.: Наука, 1980, т. 54, с. 148.
3. Поляченко В. Л., Шухман И. Г. Нелинейные волны в звездных дисках.—Астрон. ж., 1979, т. 56, с. 957.
4. Абрамян М. Г., Арутюнян С. В. Нелинейные возмущения вращающегося самогравитирующего диска.—Письма Астрон. ж., 1984, т. 10, с. 304.
5. Абрамян М. Г., Арутюнян С. В. Модуляционная неустойчивость пакета спиральных волн плотности в газовом диске и стационарные волны-огибающие.—Уч. зап. ЕГУ, 1986, № 1 (161), с. 70.
6. Абрамян М. Г. Спиральные солитоны в плоских дисках галактик.—Астрофизика, 1985, т. 22, с. 487.
7. Абрамян М. Г. Динамика вложенных гравитирующих подсистем.—Докторская диссертация, Ереван: 1987, 350 с.
8. Каплан С. А., Ходатасев К. В., Цытович В. Н. Спиральные волны плотности как солитоны в газовых или звездных дисках.—Письма Астрон. ж., 1977, т. 3, с. 13.
9. Корчагин В.И., Корчагин П. И. Модуляционная неустойчивость спиральных волн плотности.—Астрофизика, 1981, т. 17, с. 823.
10. Поляченко В. Л., Чурилов С. М., Шухман И. Г. Нелинейная стадия гравитационной неустойчивости в плоских газовых системах.—Астрон. ж., 1980, т. 57, с. 497.
11. Мишурин Ю. Н., Сучков А. А. О природе «вставшейся» спиральной структуры галактик.—Астрон. ж., 1976, т. 53, с. 488.
12. Shu F. H., Mili one V. The Astrophysical Journal, 1973, v. 819, p. 183.
13. Раевский М. А. Распадная неустойчивость спиральных волн плотности.—Астрон. ж., 1980, т. 57, с. 505.
14. Lynden-Bell D., Ostriker J. P. On the stability of differentially rotating bodies.—Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1967, v. 136, p. 293.

## Ա Մ Փ Ի Փ Ո Ւ Թ

Ոսումնասիրվում է ըստ Ջինսի անկայուն սկավառակի ոչ գծային գրդառումները և առաջարկված է գալակտիկաների պարուրածկ կառուցվածքը՝ ոչ գծային ալիքային մոդել, որը զերծ է գծային ալիքային մոդելի որոշ դժվարություններից:

## SUMMARY

The nonlinear perturbations of Jeans unstable disks have been investigated and the problem of spiral structure of galaxies from the viewpoint of the nonlinear theory has been considered.