

Об относительно свободных группах бесконечно базлируемых многообразий групп С. И. Адяна

С. И. Адян, В. С. АТАБЕКЯН

Для решения известной проблемы конечного базиса теории групп, которая была поставлена Б.Нейманом в 1937 г., С.И.Адян в [1] построил первые примеры бесконечных независимых систем групповых тождеств (статья [1] сдана в печать 23.10.1969 г.). В монографии [2] доказано, что при любом нечетном $n \geq 1003$ следующее семейство тождеств от двух переменных

$$\{[x^{pn}, y^{pn}]^n = 1\}, \quad (1)$$

где параметр p пробегает все простые числа, является неприводимым, т.е. ни одно из тождеств этого семейства не следует из остальных. Следовательно, если для заданного множества простых чисел \mathcal{P} и при фиксированном натуральном $m > 1$ через $\Gamma_m(\mathcal{P})$ обозначить относительно свободную группу ранга m многообразия, определенного всеми тождествами вида (1) при $p \in \mathcal{P}$, то существует континуум неизоморфных групп $\Gamma_m(\mathcal{P})$, соответствующих различным множествам простых чисел \mathcal{P} . Недавно авторы доказали следующие две новые теоремы

Теорема 1. Для любого ранга $m > 1$ и для для любого множества простых чисел \mathcal{P} централизатор любого неединичного элемента относительно свободной группы $\Gamma_m(\mathcal{P})$ есть циклическая группа.

Из этой теоремы следует, что центр групп $\Gamma_m(\mathcal{P})$ тривиален и что всякая коммутативная подгруппа групп $\Gamma_m(\mathcal{P})$ – циклическая.

Теорема 2. Любой автоморфизм полугруппы эндоморфизмов $End(\Gamma_m(\mathcal{P}))$ группы $\Gamma_m(\mathcal{P})$ однозначно определяется своим действием на группу внутренних автоморфизмов $Inn(\Gamma_m(\mathcal{P}))$.

Эта теорема дает ответ для рассматриваемых нами относительно свободных групп на поставленный в статье Б.Плоткина [3] вопрос об описании автоморфизмов полугруппы $End(A)$ для свободной в некотором заданном многообразии алгебры A . Аналогичный вопрос для $End(F)$ ранее рассматривался разными авторами для частных случаев, когда F абсолютно свободная группа, свободная бернсайдова группа или свободный моноид.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Адян С. И., Бесконечные неприводимые системы групповых тождеств // Докл. АН СССР, 190 (1970), 499–501.
- [2] Адян С. И., Проблема Бернсайда и тождества в группах // Наука, М., 1975.
- [3] Plotkin V. I., Seven Lectures on the Universal Algebraic Geometry // preprint, Institute of Mathematics, Hebrew University (2000).

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук, Москва

E-mail: sia@mi.ras.ru

Ереванский государственный университет, Ереван

E-mail: avarujan@ysu.am