ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 1979 Естественные науки

Физика

Д. М. СЕДРАКЯН, К. М. ШАХАБАСЯН, Г. А. ВАРДАНЯН

УРАВНЕНИЯ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ ДЛЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ

1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Рассмотрена двухкомпонентная ферми-жидкость нейтронов и протонов при температурах ниже критической. С учетом взаимодействия между компонентами жидкости получены решения интегральных уравнений для функций Грина и аномальных средних.

Эти решения в дальнейшем можно использовать для получения уравнений Гинзбурга-Ландау двухкомпонентной сверхтекучей ферми-жидкости.

1. Введение. В распространенной модели нейтронных звезд [1] основная по размерам фаза представляет собой ядерную жидкость, состоящую из нейтронов, протонов и электронов. Количество протонов и электронов составляет один процент от количества нейтронов. Так как плотность вещества в этой фазе порядка ядерной плотности, то протоны и нейтроны участвуют в сильном взаимодействии, имеющем характер притяжения. Как известно, это взаимодействие нейтронов приводит их к спариванию в куперовские пары [2]. В работах [3, 4] рассматривалась также возможность спаривания протонов. Имеются только оценки [2, 4] температуры перехода в сверхтекучее состояние для нейтронов и протонов, которые показывают, что критическая температура для нейтронов может максимально на порядок превышать таковую для протонов. Эти оценки не исключают возможности того, что эти температуры могут быть одинакового порядка ($T_{cp} \sim T_{cn}$). При температурах, меньших нижней критической, имеется двухкомпонентная (нейтронно-протонная) сверхтекучая ферми-жидкость. Так как критическая температура порядка 10^{9}°K, то такая ситуация может реализоваться в нейтронных звездах.

Для исследования сверхтекучих и электромагнитных свойств этой смеси при температурах $T<T_c$ нам необходимо получить уравнения Гинзбурга-Ландау для двухкомпонентной ферми-жидкости, которые до сих пор не были получены. Вслед за методом, предложенным в [5], для получения этих уравнений необходимо найти функции Грина и аномальные средние протонов и нейтронов с учетом взаимодействия между ними.

2. Гамильтониан взаимодействующей нейтронно-протонной *системы*. Рассмотрим раствор двух ферми-жидкостей, компоненты которого (нейтроны и протоны) находятся соответственно в сверхтекучем и сверхпроводящем состояниях. В рассматриваемой модели полный гамильтониан раствора в записи вторичного квантования имеет следующий вид:

$$\hat{H}=\int\Big\{-\psi_\alpha^+(\vec{r})\frac{\nabla^2}{2m_p}\psi_\alpha(\vec{r})+\frac{g_1}{2}\psi_\beta^+(\vec{r})\psi_\alpha^+(\vec{r})\psi_\alpha(\vec{r})\psi_\beta(\vec{r})-$$
$$-\varphi_\alpha^+(\vec{r})\frac{\nabla^2}{2m_n}\varphi_\alpha(\vec{r})+\frac{g_2}{2}\varphi_\beta^+(\vec{r})\varphi_\alpha^+(\vec{r})\varphi_\alpha(\vec{r})\varphi_\beta(\vec{r})+$$
$$+g_3\psi_\alpha^+(\vec{r})\varphi_\beta^+(\vec{r})\varphi_\beta(\vec{r})\psi_\alpha(\vec{r})\Big\}\,d\vec{r}, \qquad (1)$$

где $\varphi_\alpha(\vec{r})$ и $\psi_\alpha(\vec{r})$—операторы нейтронов и протонов в шредингеровском представлении, удовлетворяющие обычным коммутационным соотношениям:

$$\{\psi_\alpha(\vec{r}),\ \psi_\beta^+(\vec{r}')\}=\delta_{\alpha\beta}\delta(\vec{r}-\vec{r}'),\ \{\varphi_\alpha(\vec{r}),\ \varphi_\beta^+(\vec{r}')\}=\delta_{\alpha\beta}\delta(\vec{r}-\vec{r}'),$$
$$\{\varphi_\alpha(\vec{r}),\ \varphi_\beta(\vec{r}')\}=0,\ \ \{\varphi_\alpha(\vec{r}),\psi_\beta(\vec{r}')\}=0,$$
$$\{\varphi_\alpha^+(\vec{r}),\ \varphi_\beta^+(\vec{r}')\}=0,\ \ \{\psi_\alpha^+(\vec{r}),\psi_\beta^+(\vec{r}')\}=0. \qquad (2)$$

Второй и четвертый члены в гамильтониане описывают взаимодействия, приводящие к образованию протонно-протонных и нейтронно-нейтронных пар, пятый член—взаимодействие нейтронов с протонами. Нейтрон-протонные парные корреляции мы не рассматриваем, так как разность химических потенциалов нейтронов и протонов в нашем растворе достаточно велика [6].

Постоянные взаимодействия g_1, g_2, g_3 отрицательны. При этом подразумевается, что в втором, четвертом и пятом членах гамильтониана (1) значения аргументов ψ и φ операторов на самом деле несколько различаются [5].

Введем гейзенберговские операторы частиц, зависящие от „времени" τ, изменяющегося в интервале от $1/T$ до нуля [5, стр. 139]:

$$\tilde{\psi}_\alpha(\vec{r},\ \tau)=e^{\tau(\hat{H}-\mu_p\hat{N}_p)}\psi_\alpha(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}-\mu_p\hat{N}_p)},$$
$$\tilde{\tilde{\psi}}_\alpha(\vec{r},\ \tau)=e^{\tau(\hat{H}-\mu_p\hat{N}_p)}\psi_\alpha^+(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}-\mu_p\hat{N}_p)}$$
$$\tilde{\varphi}_\alpha(\vec{r},\ \tau)=e^{\tau(\hat{H}-\mu_n\hat{N}_n)}\varphi_\alpha(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}-\mu_n\hat{N}_n)},$$
$$\tilde{\tilde{\varphi}}_\alpha(\vec{r},\ \tau)=e^{\tau(\hat{H}-\mu_n\hat{N}_n)}\varphi_\alpha^+(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}-\mu_n\hat{N}_n)}, \qquad (3)$$

где μ_p, N_p, μ_n, N_n— химический потенциал и число частиц протонов и нейтронов соответственно.

Используя уравнения движения операторов

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau}=[H\,\psi],$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}=[\hat{H}\,\varphi], \tag{4}$$

из гамильтониана (1) с учетом (3) получим

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)\psi_\sigma(\vec{r},\tau)-g_1\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(\vec{r},\tau)\psi_\alpha(\vec{r},\tau)\psi_\sigma(\vec{r},\tau)-$$

$$-g_3\tilde{\bar{\varphi}}_\beta(\vec{r},\tau)\varphi_\beta(\vec{r},\tau)\psi_\sigma(\vec{r},\tau)=0,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau}-\frac{\nabla^2}{2m_p}-\mu_p\right)\tilde{\bar{\psi}}_\sigma(\vec{r},\tau)+g_1\tilde{\bar{\psi}}_\sigma(\vec{r},\tau)\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(\vec{r},\tau)\psi_\alpha(\vec{r},\tau)+$$

$$+g_3\tilde{\bar{\psi}}_\sigma(\vec{r},\tau)\tilde{\bar{\varphi}}_\beta(\vec{r},\tau)\varphi_\beta(\vec{r},\tau)=0,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\nabla^2}{2m_n}+\mu_n\right)\varphi_\sigma(\vec{r},\tau)-g_2\tilde{\bar{\varphi}}_\alpha(\vec{r},\tau)\varphi_\alpha(\vec{r},\tau)\varphi_\sigma(\vec{r},\tau)-$$

$$-g_3\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(\vec{r},\tau)\psi_\alpha(\vec{r},\tau)\varphi_\sigma(\vec{r},\tau)=0,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau}-\frac{\nabla^2}{2m_n}-\mu_n\right)\tilde{\bar{\varphi}}_\sigma(\vec{r},\tau)+g_2\tilde{\bar{\varphi}}_\sigma(\vec{r},\tau)\tilde{\bar{\varphi}}_\alpha(\vec{r},\tau)\varphi_\alpha(\vec{r},\tau)+$$

$$+g_3\tilde{\bar{\varphi}}_\sigma(\vec{r},\tau)\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(\vec{r},\tau)\psi_\alpha(\vec{r},\tau)=0. \tag{5}$$

В дальнейшем эти уравнения будут использованы для получения уравнений функции Грина для нейтронов и протонов. Заметим, что при отсутствии последних членов (члены с g_3) эти уравнения распадаются на отдельные уравнения для невзаимодействующих нейтронов и протонов.

3. Основная система уравнений. Для получения основной системы уравнений определим температурные гриновские функции и аномальные средние следующим образом [5]:

$$G_{\alpha\beta}(\vec{r}_1\tau_1,\ \vec{r}_2\tau_2)=-\mathrm{Sp}\left\{e^{\frac{\Omega+\mu_p\hat{N}_p+\mu_n\hat{N}_n-\hat{H}}{T}}T_\tau(\psi_\alpha(\vec{r}_1\tau_1)\tilde{\bar{\psi}}_\beta(\vec{r}_2\tau_2))\right\}\equiv$$

$$\equiv-\langle T_\tau(\psi_\alpha(\vec{r}_1\tau_1)\tilde{\bar{\psi}}_\beta(\vec{r}_2\tau_2))\rangle,$$

$$F_{\alpha\beta}(x_1x_2)=\langle T_\tau(\psi_\alpha(x_1)\psi_\beta(x_2))\rangle,$$

$$F^+_{\alpha\beta}(x_1x_2)=\langle T_\tau(\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(x_1)\tilde{\bar{\psi}}_\beta(x_2))\rangle,$$

$$G_{\beta\alpha}(x_2x_1)=-\langle T_\tau(\psi_\beta(x_2)\bar{\tilde{\psi}}_\alpha(x_1))\rangle, \qquad (6)$$

где x— четырехмерная координата, компоненты которой $\vec{r}$ и τ. Аналогично гриновские функции и аномальные средние для нейтронов определяются заменой в формулах (6) $\psi(\vec{r},\tau)\rightarrow\varphi(\vec{r},\tau)$.

Из уравнения (5) и определений (6) очевидным образом можно получить следующую систему уравнений:

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)G_{\alpha\beta}(xx')+g_1\langle T_\tau(\tilde{\bar{\psi}}_\sigma(x)\psi_\sigma(x)\psi_\alpha(x)\tilde{\bar{\psi}}_\beta(x'))\rangle+$$

$$+g_3\langle T_\tau(\tilde{\bar{\varphi}}_\sigma(x)\varphi_\sigma(x)\psi_\alpha(x)\tilde{\bar{\psi}}_\beta(x'))\rangle=\delta_{\alpha\beta}\delta(x-x'),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)F^+_{\alpha\beta}(xx')-g_1\langle T_\tau(\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(x)\bar{\psi}_\sigma(x)\psi_\sigma(x)\tilde{\bar{\psi}}_\beta(x'))\rangle-$$

$$-g_3\langle T_\tau(\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(x)\bar{\tilde{\varphi}}_\sigma(x)\varphi_\sigma(x)\bar{\tilde{\psi}}_\beta(x'))\rangle=0,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)F_{\alpha\beta}(xx')+g_1\langle T_\tau(\bar{\tilde{\psi}}_\sigma(x)\psi_\sigma(x)\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x'))\rangle-$$

$$-g_3\langle T_\tau(\tilde{\bar{\varphi}}_\sigma(x)\varphi_\sigma(x)\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x'))\rangle=0,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)G_{\beta\alpha}(x'x)+g_1\langle T_\tau(\psi_\beta(x')\bar{\psi}_\alpha(x)\bar{\psi}_\sigma(x)\psi_\sigma(x))\rangle+$$

$$+g_3\langle T_\tau(\psi_\beta(x')\tilde{\bar{\psi}}_\alpha(x)\bar{\varphi}_\sigma(x)\tilde{\varphi}_\sigma(x))\rangle=\delta_{\alpha\beta}\delta(x-x'). \qquad (7)$$

Аналогичные уравнения можно получить для функции Грина и аномальных средних нейтронов заменой $\varphi(x)\rightarrow\psi(x)$, $\tilde{\bar{\varphi}}(x)\rightarrow\tilde{\bar{\psi}}(x)$, $\psi(x)\rightarrow\varphi(x)$, $\bar{\tilde{\psi}}(x)\rightarrow\bar{\tilde{\varphi}}(x)$, $G(xx')\rightarrow D(xx')$, $F(xx')\rightarrow F_1(xx')$, $F^+(xx')\rightarrow$ $\rightarrow F^+_1(x,x')$, $g_1\rightarrow g_2$, $\mu_p\rightarrow\mu_n$, $m_p\rightarrow m_n$.

Символ T_τ означает операцию T—упорядочения, Ω—термодинамический потенциал в переменных T, V, μ.

Если частицы, образующие систему, не свободны, то нужно перейти к представлению взаимодействия [5]. Введем операторы частиц в этом представлении:

$$\psi_\alpha(x)=e^{\tau(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)}\psi_\alpha(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)},$$

$$\bar{\psi}_\alpha(x)=e^{\tau(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)}\psi^+_\alpha(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)},$$

$$\varphi_\alpha(x)=e^{\tau(\hat{H}_0-\mu_n\hat{N}_n)}\varphi_\alpha(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}_0-\mu_n N_n)},$$

$$\bar{\varphi}_\alpha(x)=e^{\tau(\hat{H}_0-\mu_n\hat{N}_n)}\varphi_\alpha^+(\vec{r})e^{-\tau(\hat{H}_0-\mu_n N_n)}, \tag{8}$$

где

$$\hat{H}_0=-\int\left\{\psi_\alpha^+(\vec{r})\frac{\nabla^2}{2m_p}\psi_\alpha(\vec{r})+\varphi_\alpha^+(\vec{r})\frac{\nabla^2}{2m_n}\varphi_\alpha(\vec{r})\right\}d\vec{r}. \tag{9}$$

Соответствующие функции Грина и аномальные средние будут иметь следующий вид:

$$G_{\alpha\beta}(xx')=-\frac{\langle T_\tau(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x')\sigma)\rangle}{\langle\sigma\rangle_0},\quad F_{\alpha\beta}^+(xx')=\frac{\langle T_\tau(\bar{\psi}_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x')\sigma)\rangle}{\langle\sigma\rangle_0},$$

$$F_{\alpha\beta}(xx')=\frac{\langle T_\tau(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x')\sigma)\rangle}{\langle\sigma\rangle_0},\quad G_{\alpha\beta}(x'x)=-\frac{\langle T_\tau(\psi_\beta(x')\bar{\psi}_\alpha(x)\sigma)\rangle}{\langle\sigma\rangle_0}, \tag{10}$$

$$\langle\ldots\rangle_0=Sp\{e^{-\frac{\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p-\mu_n N_n}{T}}\ldots\},\quad \sigma\equiv\sigma\left(\frac{1}{T}\right),$$

где

$$\sigma(T)=T_\tau\exp\left\{-\int_0^\tau H_{int}(\tau')\,d\tau'\right\},$$

$$\hat{H}_{int}=\int\left\{\frac{g_1}{2}\bar{\psi}_\beta(x)\bar{\psi}_\alpha(x)\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x)+\frac{g_2}{2}\bar{\varphi}_\beta(x)\bar{\varphi}_\alpha(x)\varphi_\alpha(x)\varphi_\beta(x)+\right.$$

$$\left.+g_3\bar{\psi}_\alpha(x)\bar{\varphi}_\beta(x)\varphi_\beta(x)\psi_\alpha(x)\right\}d\vec{r}. \tag{11}$$

Функции Грина и аномальные средние для нейтронов получаем заменой $\psi(x)\to\varphi(x)$, $\bar{\psi}(x)\to\bar{\varphi}(x)$.

Выражения (10) позволяют представить ряд теории возмущений для функций Грина и аномальных средних по $\hat{H}_{int}$ в компактной форме. Разлагая экспоненту в правой части (11) в ряд по степеням $\hat{H}_{int}$ и подставляя это разложение в формулу (10), получим

$$G_{\alpha\beta}(xx')=-\frac{1}{\langle\sigma\rangle_0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\int_0^{1/T}\ldots\int_0^{1/T}d\tau_1\ldots d\tau_n\langle T_\tau(\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x')\hat{H}_{int}(\tau_1)\ldots$$

$$\ldots\hat{H}_{int}(\tau_n))\rangle_0. \tag{12}$$

Расписывая каждый член ряда (12) по теореме Вика и заменяя $-\langle T_\tau(\psi(x)\bar{\varphi}(x'))\rangle_0$ на свободную гриновскую функцию $G^0(xx')$, мы приходим к выражениям, позволяющим полностью применять технику диаграмм Файнмака.

Функции Грина и аномальные средние можно представить в виде произведения сумм связанных и несвязанных диаграмм. Как известно [5], сумма несвязанных диаграмм равна $\langle\sigma\rangle_0$, следовательно,

$$G_{\alpha\beta}(xx')=-\langle T_\tau(\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x')\sigma)\rangle_{0c},$$

$$F_{\alpha\beta}(xx')=\langle T_\tau(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x')\sigma)\rangle_{0c},\quad F^+_{\alpha\beta}(xx')=\langle T_\tau(\bar{\psi}_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x')\sigma)\rangle_{0c},\tag{13}$$

$$G_{\beta\alpha}(x'x)=-\langle T_\tau(\psi_\beta(x')\bar{\psi}_\alpha(x))\rangle_{0c},$$

где $\langle\ldots\rangle_{0c}$ означает учет всех связанных диаграмм.

Переходя к представлению взаимодействия в уравнениях (7) и разлагая двухчастичные функции Грина в ряд по степеням H_{int} и суммируя все связанные диаграммы за исключением диаграмм пропорциональных g_1^3, g_2^3, g_3^3 и выше, получим систему уравнений для фурье-компонент функций $G(xx')$, $F(xx')$ и $F^+(xx')$:

$$\left\{i\omega+\frac{1}{2m_p}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial\vec r}-ie\vec A(\vec r)\right)^2+\tilde\mu_p\right\}G_\omega(\vec r\,\vec r')+\Delta(\vec r)F^+_\omega(\vec r\,\vec r')+$$

$$+\frac{g_1^2}{8}T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1 G_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)C_{\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)G_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec r_1\vec r')G_\omega(\vec r\,\vec r')+$$

$$+\frac{g_1^2T^2}{8}\cdot\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1 F_{-\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)F_{\omega_2-\omega_1+\omega}(\vec r\,\vec r_1)F^+_{-\omega_1}(\vec r_1\,\vec r)F^+_\omega(\vec r_1\vec r')+\tag{14}$$

$$+2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1\,[G_\omega(\vec r_1\vec r')G_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)-F^+_\omega(\vec r_1\,\vec r')\,F_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)]\times$$

$$\times[D_{\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)D_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec r_1\,\vec r)-F^+_{1\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)\,F_{1\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)]=\delta(\vec r-\vec r'),$$

$$\left\{-i\omega+\frac{1}{2m_p}\left(\frac{\partial}{\partial\vec r}+ie\vec A(\vec r)\right)^2+\tilde\mu_p\right\}F^+_\omega(\vec r\,\vec r')-\Delta^*(\vec r)G_\omega(\vec r\,\vec r')-$$

$$-\frac{g_1^2T^2}{8}\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1\,G_\omega(\vec r_1\,\vec r')F^+_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)[G_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec r_1\,\vec r)G_{\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)+\tag{15}$$

$$+F^+_{\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)F_{\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)]+2g_3^2\cdot T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1[F^+_\omega(\vec r_1\vec r')G_{-\omega_1}(\vec r_1\,\vec r)+$$

$$+G_\omega(\vec r_1\vec r')F^+_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)]\cdot[D_{\omega_2}(\vec r_1\,\vec r)D_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)-F_{1\omega_2}(\vec r_1\vec r)\,F^+_{1\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)]=0,$$

$$\left\{i\omega+\frac{1}{2m_p}\left(\frac{\partial}{\partial\vec r}-ie\vec A(\vec r)\right)^2+\tilde\mu_p\right\}F_\omega(\vec r\,\vec r')-\Delta(\vec r)G_{-\omega}(\vec r'\,\vec r)-$$

$$-\frac{g_1^2T^2}{8}\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1 F_\omega(\vec r_1\vec r')\,F^+_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)G_{\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)\,F_{\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec r\,\vec r_1)-$$

$$-\frac{g_1^2T^2}{4}\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec r_1 G_{-\omega}(\vec r'\,\vec r_1)\,G_{\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)G_{\omega_2}(\vec r_1\,\vec r)F_{\omega+\omega_2-\omega_1}(\vec r\,\vec r_1)+\tag{16}$$

$$+2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec{r}_1 G_{-\omega}(\vec{r}'\vec{r}_1)F_{\omega_1}(\vec{r}_1\vec{r})[D_{\omega+\omega_1+\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)D_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{r})-$$

$$-F_{1\omega+\omega_2-\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)F^+_{1\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)]+2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec{r}_1 F_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')\times$$

$$\times[G_{\omega+\omega_2-\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)D_{\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)D_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{r})-G_{\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)F_{1\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)F^+_{1\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)]=0,$$

где $$\tilde{\mu}_p=\mu_p-g_1G(xx)-2g_3D(xx)=\mu_p-\frac{g_1}{2}n_p-g_3n_n.$$

При выводе уравнений (14)—(16) учтено наличие внешнего магнитного поля и произведено суммирование по спиновым индексам. Из уравнений (7) аналогичным образом получаем уравнение для фурье-компоненты функции $G(x'x)$ с переставленными аргументами:

$$\left\{-i\omega+\frac{1}{2m_p}\left(\frac{\partial}{\partial\vec{r}}+ie\vec{A}(\vec{r})\right)^2+\tilde{\mu}_p\right\}G_{-\omega}(\vec{r}'\vec{r})+\Delta^*(\vec{r})F_\omega(\vec{r}\vec{r}')+$$

$$+\frac{g_1^2T^2}{8}\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec{r}_1 G_{-\omega}(\vec{r}'\vec{r}_1)G_{\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)G_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{r})G_{\omega_1-\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{r})+$$

$$+\frac{g_1^2T^2}{8}\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec{r}_1 F_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')F_{\omega-\omega_2-\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)F^+_{\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)F^+_{\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)-$$

$$-2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec{r}_1 F_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')F^+_{\omega_1}(\vec{r}\vec{r}_1)[D_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{r})D_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)-$$

$$-F_{1\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)F^+_{1\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)]+2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int d\vec{r}_1[D_{\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)D_{\omega_2-\omega_1-\omega}(\vec{r}_1\vec{r})-$$

$$-F_{1\omega+\omega_1-\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)F^+_{1\omega_2}(\vec{r}\vec{r}_1)]G_{-\omega}(\vec{r}'\vec{r}_1)G_{\omega_1}(\vec{r}_1\vec{r})=\delta(\vec{r}-\vec{r}'). \quad (17)$$

Так как в произвольном магнитном поле все гриновские функции зависят только от разности „временных" координат $u=\tau-\tau'$, то при выводе уравнений (14)—(17) мы использовали следующие разложения в ряды Фурье [5]:

$$G(\vec{r}\vec{r}',u)=T\sum_n e^{-i\omega_n u}G_\omega(\vec{r}\vec{r}'),$$

$$F^+(\vec{r}\vec{r}',u)=T\sum_n e^{-i\omega_n u}F^+_\omega(\vec{r}\vec{r}'),$$

$$F(\vec{r}\vec{r}',u)=T\sum_n e^{-i\omega_n u}F_\omega(\vec{r}\vec{r}'),$$

$$G(\vec{r}'\vec{r},-u)=T\sum_n e^{-i\omega_n u}G_{-\omega}(\vec{r}'\vec{r}), \quad (18)$$

где $\omega_n=\pi T(2n+1)$. Здесь $\Delta(\vec{r})$ и $\Delta^*(\vec{r})$ определяются следующим образом:

$$\Delta(\vec{r})=|g_1|T\sum_{\omega}F_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}),$$

$$\Delta^*(\vec{r})=|g_1|T\sum_{\omega}F^+_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}). \tag{19}$$

Аналогичные уравнения для нейтронных функций получаются заменой в (14)—(17)

$$G_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')\to D_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}'),\; D_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')\to G_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}'),\; F_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')\to F_{1\omega}(\vec{r}\,\vec{r}'),$$

$$F^+_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')\to F^+_{1\omega}(\vec{r}\,\vec{r}'),\; F_{1\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')\to F_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}'),\; F^+_{1\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')\to F^+_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}'),$$

$$\tilde{\mu}_p\to\tilde{\mu}_n,\; g_1\to g_2,\; \Delta(\vec{r})\to\Delta_1(\vec{r}),\; \Delta^*(\vec{r})\to\Delta_1^*(\vec{r}). \tag{20}$$

Заряд е нужно взять равным нулю, так как у нейтронов электрический заряд отсутствует. Здесь $\tilde{\mu}_n=\mu_n-\frac{g_2}{2}n_n-g_3n_p$, где n_n и n_p—полные плотности нейтронов и протонов.

4. Решения уравнений для функций Грина и аномальных средних. Как было отмечено выше, при получении системы уравнений (14)-(17) не были учтены диаграммы, пропорциональные g_1^3, g_2^3, g_3^3 и выше, то есть мы использовали малость констант взаимодействия g_1, g_2, g_3 и произвели только частичные суммирования диаграмм порядка g_1^2, g_2^2, g_3^2. Поэтому в дальнейшем при решении вышеуказанной системы уравнений мы будем оставлять только члены порядка g_i^2. Оказывается, что это приближение недостаточно для нахождения решений системы уравнений (14)-(17), поэтому мы будем также предполагать малость параметров $\Delta(\vec{r})$ и $\Delta_1(\vec{r})$. Последнее приближение оправдано, если критические температуры нейтронов и протонов близки друг к другу и температура нейтронно-протонной жидкости близка к этой критической температуре.

Для решения вышеуказанной системы уравнений в рассматриваемом приближении удобно их представить в интегральной форме. Для этого введем функцию $\tilde{G}_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')$, удовлетворяющую следующим уравнениям:

$$\left\{i\omega+\frac{1}{2m_p}\left(\frac{\partial}{\partial\vec{r}}-ie\vec{A}(\vec{r})\right)^2+\tilde{\mu}_p\right\}\tilde{G}_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')=\delta(\vec{r}-\vec{r}'),$$

$$\left\{i\omega+\frac{1}{2m_p}\left(\frac{\partial}{\partial\vec{r}'}+ie\vec{A}(\vec{r}')\right)^2+\tilde{\mu}_p\right\}\tilde{G}_{\omega}(\vec{r}\,\vec{r}')=\delta(\vec{r}-\vec{r}'). \tag{21}$$

Решение уравнений (21) представляет собой функцию Грина нормальных заряженных ферми-частиц с химическим потенциалом $\tilde{\mu}_p$ в магнитном поле и приводится в [5].

Используя функцию $\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{r}')$, систему уравнений (14) и (15) можно записать в следующей интегральной форме:

$$G_\omega(\vec{r}\,\vec{r}') = \tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{r}') - \int d\vec{l}\,\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{l})\Delta(\vec{l})F^+_\omega(\vec{l}\,\vec{r}') -$$

$$-\frac{g_1^2T^2}{8}\int\!\!\int d\vec{l}\,d\vec{r}_1\sum_{\omega_1\omega_2}\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{l})G_{\omega_1}(\vec{l}\,\vec{r}_1)G_{\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)G_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{l})\,G_\omega(\vec{r}_1\vec{r}') -$$

$$-\frac{g_1^2T^2}{8}\sum_{\omega_1\omega_2}\int\!\!\int d\vec{l}\,d\vec{r}_1\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{l})F^+_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')F_{-\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)F_{\omega_2-\omega_1+\omega}(\vec{l}\,\vec{r}_1)F^+_{-\omega_1}(\vec{r}_1\vec{l}) -$$

$$-2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int\!\!\int d\vec{l}\,d\vec{r}_1\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{l})[G_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')G_{\omega_1}(\vec{l}\,\vec{r}_1) -$$

$$-F^+_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')F_{\omega_1}(\vec{l}\,\vec{r}_1)][D_{\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)D_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{l}) - F^+_{1\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)F_{1\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)], \tag{22}$$

$$F^+_\omega(\vec{r}\,\vec{r}') = \int d\vec{l}\,\tilde{G}_{-\omega}(\vec{l}\,\vec{r})\Delta^*(\vec{l})G_\omega)\,(\vec{l}\,\vec{r}') +$$

$$+\frac{g_1^2T^2}{8}\sum_{\omega_1\omega_2}\int\!\!\int d\vec{l}\,d\vec{r}_1\tilde{G}_{-\omega}(\vec{l}\,\vec{r})G_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')F^+_{\omega_1}(\vec{l}\,\vec{r}_1)[G_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{l})G_{\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1) -$$

$$-F^+_{\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)F_{\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)] - 2g_3^2T^2\sum_{\omega_1\omega_2}\int\!\!\int d\vec{l}\,d\vec{r}_1\tilde{G}_{-\omega}(\vec{l}\,\vec{r})[F^+_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')G_{-\omega_1}(\vec{r}_1\vec{l}) +$$

$$+G_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')F^+_{\omega_1}(\vec{l}\,\vec{r}_1)]\cdot[D_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{l})D_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}) - F_{1\omega_2}(\vec{r}_1\vec{l})F_{1\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{l}\,\vec{r}_1)]. \tag{23}$$

Аналогично можно получить и интегральные формы уравнений (16) и (17). Мы их не приводим, чтобы не загромождать текст. Заменой (20) получим аналогичные уравнения для нейтронных функций Грина и аномальных средних.

Решая полную систему интегральных уравнений методом итераций, можно выразить функцию Грина протонов через функции $\Delta(\vec{r})$, $\Delta_1(\vec{r})$, $\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{r}')$ и $\tilde{D}_\omega(\vec{r}\,\vec{r}')$ следующим образом:

$$G_\omega(\vec{r}\,\vec{r}') = \tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{r}') - \int\!\!\int d\vec{m}\,d\vec{l}\,\Delta(\vec{l})\Delta^*(\vec{m})\tilde{G}_\omega(\vec{r}\,\vec{l})\tilde{G}_\omega(\vec{m}\,\vec{r}')\tilde{G}_{-\omega}(\vec{m}\,\vec{l}) -$$

$$-2g_3^2T^2A(\vec{r}\,\vec{r}') + 2g_3^2T^2B(\vec{r}\,\vec{r}') + 2g_3^2T^2C(\vec{r}\,\vec{r}'), \tag{24}$$

где

$$A(\vec{r}\vec{r}')=\sum_{\omega_1\omega_2}\iint d\vec{l}\,d\vec{r}_1\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{r}')G_{\omega_1}(\vec{l}\vec{r}_1)\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{l})\cdot M,$$

$$B(\vec{r}\vec{r}')=\sum_{\omega_1\omega_2}\int\ldots\int d\vec{m}\,d\vec{l}\,d\vec{r}_1 d\vec{s}\,\Delta(\vec{m})\Delta^*(\vec{s})N\cdot P,$$

$$C(\vec{r}\vec{r}')=\sum_{\omega_1\omega_2}\int\ldots\int d\vec{m}\,d\vec{l}\,d\vec{r}_1 d\vec{s}\,\Delta(\vec{m})\,\Delta^*(\vec{s})R\cdot M,$$

где
$$M=\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{l}\vec{r}_1)\tilde{D}_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{l})-$$

$$-\iint d\vec{p}\,d\vec{q}\,\Delta_1(\vec{q})\Delta_1^*(\vec{p})[\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{l}\vec{r}_1)\tilde{D}_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{q})\tilde{D}_{-\omega_1-\omega_2+\omega}(\vec{p}\vec{q})\tilde{D}_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{p}\vec{l})+$$

$$+\tilde{D}_{\omega_1+\omega_2-\omega}(\vec{r}_1\vec{l})\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{l}\vec{q})\tilde{D}_{-\omega_2}(\vec{p}\vec{q})\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{p}\vec{r}_1)+$$

$$+\tilde{D}_{-\omega_2}(\vec{p}\vec{l})\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{p}\vec{r}_1)D_{\omega-\omega_1-\omega_2}(\vec{l}\vec{q})(\tilde{D}_{+\omega_1-\omega+\omega_2}(\vec{r}_1\vec{q})],$$

$$N=\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{m})\,G_{-\omega}(\vec{l}\vec{m})\tilde{G}_{-\omega_1}(\vec{r}_1\vec{l})\tilde{G}_{-\omega}(\vec{s}\vec{r}_1)\tilde{G}_\omega(\vec{s}\vec{r}')+$$

$$+\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{m})\tilde{G}_{-\omega}(\vec{l}\vec{m})\tilde{G}_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')\tilde{G}_{-\omega_1}(\vec{s}\vec{l})\tilde{G}_{\omega_1}(\vec{s}\vec{r}_1),$$

$$P=\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{l})\tilde{D}_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{l}\vec{r}_1)-$$

$$-\iint d\vec{p}\,d\vec{q}\,\Delta_1^*(\vec{p})\Delta_1(\vec{q})[\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{l})\tilde{D}_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{l}\vec{q})\tilde{D}_{-\omega+\omega_1-\omega_2}(\vec{p},\vec{q})\times$$

$$\times\tilde{D}_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{p}\vec{r}_1)+\tilde{D}_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{l}\vec{r}_1)\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{q})\tilde{D}_{-\omega_2}(\vec{p}\vec{q})D_{\omega_2}(\vec{p}\vec{l})+$$

$$+\tilde{D}_{\omega_2}(\vec{r}_1\vec{q})\tilde{D}_{-\omega_2}(\vec{l}\vec{q})\tilde{D}_{+\omega_1-\omega_2-\omega}(\vec{p}\vec{l})D_{\omega-\omega_1+\omega_2}(\vec{p}\vec{r}_1)],$$

$$R=\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{m})\tilde{G}_{-\omega}(\vec{s}\vec{m})\tilde{G}_\omega(\vec{r}_1\vec{r}')\tilde{G}_{\omega_1}(\vec{l}\vec{r}_1)\tilde{G}_\omega(\vec{s}\vec{l})+$$

$$+\tilde{G}(\vec{r}_1\vec{r}')\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{l})\tilde{G}_{\omega_1}(\vec{l}\vec{m})\tilde{G}_{-\omega_1}(\vec{s}\vec{m})\tilde{G}_{\omega_1}(\vec{s}\vec{r}_1)+$$

$$+\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{l})\tilde{G}_{\omega_1}(\vec{l}\vec{r}_1)\tilde{G}_\omega(\vec{r}_1\vec{m})\tilde{G}_{-\omega}(\vec{s}\vec{m})\tilde{G}_\omega(\vec{s}\vec{r}')+$$

$$+\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{l})\tilde{G}_{-\omega}(\vec{s}\vec{r}_1)\tilde{G}_\omega(\vec{s}\vec{r}')\tilde{G}_{\omega_1}(\vec{l}\vec{m})\tilde{G}_{-\omega_1}(\vec{r}_1\vec{m}).$$

При нахождении решения (24) учитывалось только обменное взаимодействие внутри одной компоненты, т. е. отброшены члены порядка g_1^2, которые привели бы к перенормировке щели протонов $\Delta(\vec{r})$.

Из решений полной системы мы также получаем функции $F_\omega^+(\vec{r}\vec{r}')$, $F_{1\omega}^+(\vec{r}\vec{r}')$, $D_\omega(\vec{r}\vec{r}')$, выраженные через $\Delta(\vec{r})$, $\Delta_1(\vec{r})$, $\tilde{G}_\omega(\vec{r}\vec{r}')$ и $\tilde{D}_\omega(\vec{r}\vec{r}')$, которые мы здесь не приводим из-за их громоздкости.

Эти решения для функций Грина и аномальных средних в дальнейшем можно использовать для получения уравнений Гинзбурга-Ландау двухкомпонентной сверхтекучей ферми-жидкости, чему и будут посвящены последующие статьи.

В заключение авторы выражают благодарность участникам семинара кафедры теоретической физики Ереванского государственного университета за обсуждение работы.

Кафедра общей физики,
кафедра теоретической физики *Поступила 12.03.1979*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Саакян Г. С.**, Равновесие конфигурации вырожденных газовых масс, изд. «Наука», М., 1972.
2. **Гинзбург В. Л., Киржниц Д. А.**, ЖЭТФ, 47, 2006, 1964.
3. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М.**, Астрофизика, 8, 577, 1972.
4. **Брук Ю. М.**, Астрофизика, 9, 237, 1973.
5. **Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.**, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, М., 1962.
6. **Соловьев В. Г.**, Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер, Госатомиздат, М., 1963.

Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Կ. Մ. ՇԱՀԱԲԱՍՅԱՆ, Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ԳԻՆԶԲՈՒՐԳ—ԼԱՆԴԱՈՒԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ԵՐԿԿՈՄՊՈՆԵՆՏ ՖԵՐՄԻ-ՀԵՂՈՒԿԻ ՀԱՄԱՐ

Ամփոփում

Դիտարկված է նեյտրոններից և պրոտոններից բաղկացած երկկոմպոնենտ ֆերմի-հեղուկը կրիտիկականից ցածր ջերմաստիճաններում։ Ստացված և լուծված են Գրինի ֆունկցիայի և անոմալ միջինների համար ինտեգրալ հավասարումները։

Այդ լուծումները հիմք կհանդիսանան հետագայում Գինզբուրգ—Լանդաուի հավասարումների ստացման համար։