ԱՐԱՄ ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ
տեխնիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր,
ԵՊՀ տնտեսագիտության մեջ մաթեմատիկական
մոդելավորման ամբիոնի վարիչ
էլ. փոստ՝ aram.arakelyan@ysu.am

ՆԱՐԵԿ ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ
ԵՊՀ հավանականությունների տեսության և
մաթեմատիկական վիճակագրության
ամբիոնի ասպիրանտ
էլ. փոստ՝ n.melkonyan@ysu.am

ԱՎՏՈՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ԱՊԱՀՈՎԱԳՐԱՎՃԱՐՆԵՐԻ ԵՎ ՎԹԱՐՆԵՐՈՎ ՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐՎԱԾ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԻ ՓՈԽԿԱԽՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Գոյություն ունի տնտեսագիտական տեսություն, որն ապահովագրվողի կորուստների մաթեմատիկական սպասման միջոցով բացատրում է, թե ինչու ապահովագրվողները պատրաստակամ են վճարել ապահովագրության համար ավելի մեծ ապահովագրական գումար, քան նետտո դրույքաչափն է: Այդ տեսության համաձայն որոշում կայացնողը, հիմնականում չգիտակցելով, իր հարստությանը վերագրում է օգտակարության արժեք, որը կոչվում է օգտակարության ֆունկցիա: Ընդհանրապես անհնար է ճշգրիտ որոշել անհատի օգտակարության ֆունկցիան, սակայն կիրառելով կորստից խուսափելու չափը ըստ Պրատի [1], օգտակարության ֆունկցիան ավելի հարմար է դառնում օգտագործման համար: Այս աշխատանքում, որպես օգտակարության ֆունկցիա դիտարկվել է լոգարիթմական օգտակարության ֆունկցիան [2]: Անհատը համեմատում է հնարավոր կորուստների օգտակարության մաթեմատիկական սպասումը (երբ նա չի ապահովագրվում) ու ապահովագրման արդյունքում ստացված օգտակարությունը և ընտրում է այն դեպքը, որից նրա սպասվող օգտակարությունը ավելի մեծ է: Ընդհանրապես ապահովագրավճարների հաշվարկման հիմքում ընկած է հնարավոր կորուստների մաթեմատիկական սպասումը, սակայն սպասվող օգտակարության տեսության օգնությամբ նաև հաշվարկվում է ապահովագրավճարի մաքսիմալ չափը, որը գերազանցվելու դեպքում անհատին օգտակար չի լինի ապահովագրության ձեռքբերումը: Այսպիսով, հնարավոր է դառնում մինիմալ և մաքսիմալ ապահովագրավճարների համար տալ քանակական գնահատականներ: Այդ գնահատականներից է հանդիսանում հնարավոր կորուստների և մաքսիմում ապահովագրավճարների միջև գոյություն ունեցող փոխկապակցվածությունը: Ընդհանրապես պետությունը հնարավորություն ունի ազդելու հնարավոր կորուստների չափերի վրա՝ մասնավորապես ավտոմեքենաների ապահովագրության մեջ հնարավոր է մեծացնել կորուստների չափերը՝ ավելացնելով մաքսային տուրքերը ներմուծվող ավտոմասերի համար, մեծացնելով հարկային պարտավորությունները այդ ոլորտում և այլն: Հնարավոր կորուստների չափերի մեծանալուն զուգնթաց կավելանա նաև ապահովագրավճարների մաքսիմալ չափը և այս գործնթացը օպտիմալ կառավարելու դեպքում հնարավոր է ապահովագրությունը դարձնել օգտակար հասարակության ավելի լայն շերտերի համար:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ

$U(\cdot)$ օգտակարության ֆունկցիա ունեցող անհատը, որպեսզի ընտրություն կատարի x և y պատահական կորուստների միջև, նա համեմատում է $E(U(w-x))$ և $E(U(w-y))$ և ընտրում է այն կորուստը, որի դեպքում իր սպասվող օգտակարությունը ավելի մեծ է: Այս մոդելի օգնությամբ w հարստություն ունեցող ապահովագրվողը ունակ է որոշել այն P^+ մաքսիմում ապահովագրավճարը, որը նա պատրաստ է վճարել պատահական x կորստի դիմաց: Դա ստացվում է լուծելով հետևյալ հավասարումը.

$$E(U(w-x))=U(w-P): \qquad (1)$$

(1) հավասարման մեջ ֆիքսենք անհատի հարստությունը և օգտակարության ֆունկցիան, իսկ x-ը դիտարկենք, որպես դիսկրետ պատահական մեծություն՝ անհատը կունենա x կորուստ q հավանականությամբ և (1-q) հավանականությամբ կորուստ չի ունենա: Այժմ (1) հավասարումը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով՝

$$(1-q)U(w)+qU(w-x)=U(w-P): \qquad (2)$$

Սպասվող օգտակարության տեսությունից մեզ հայտնի է, որ ռիսկից խուսափող անհատի օգտակարության ֆունկցիան կրկնակի դիֆերենցելի է [2], ուստի կարող ենք $U(\cdot)$ ֆունկցիան w կետի շրջակայքում վերլուծել Թեյլորի շարքի [3].

$U(w-x)=U(w)-xU'(w)+(x^2/2)U''(w)$+բարձր կարգի ածանցյալներ,
$U(w-P)=U(w)-PU'(w)+(P^2/2)U''(w)$+բարձր կարգի ածանցյալներ: (3)

(3)-ը տեղադրելով (2) հավասարման մեջ և կատարելով նման անդամների միացում, կստանանք՝

$$-U''(w)/ U'(w)=2(P-qx)/(x^2q-P^2), \qquad (4)$$

որտեղ $(-U''(w)/ U'(w))$ իրենից ներկայացնում է անհատի ռիսկից խուսափելու գործակից և հանդիսանում է նվազող ֆունկցիա ըստ անհատի հարստության: (4)-ի մեջ անհատի ռիսկից խուսափելու նշանակելով r(w)-ով և կատարելով որոշ ձևափոխություններ, կստանանք x-ի և P-ի փոխկապակցվածությունը բնութագրող հետևյալ քառակուսային հավասարումը՝

$$rqx^2+2qx-rP^2-2P=0, \qquad (5)$$

որը լուծելով x-ի և P-ի նկատմամբ, համապատասխանաբար կստանանք՝

$$x=((1+rP(rP+2)/q)^{1/2}-1)/r$$
$$P=((1+rxq(rx+2))^{1/2}-1)/r: \qquad (6)$$

Այժմ որոշենք, թե ինչ չափով կփոփոխվի x կորուստը, եթե P^+ հնարավոր մաքսիմում ապահովագրավճարը մեծացնենք k անգամ: Ենթադրենք x կորուստը կփոփոխվի a անգամ և գտնենք k-ի և a-ի փոխկապակցվածությունը: a-ի համար կստանանք`

$$a=((1+krP(krP+2)/q)^{1/2}-1)/((1+rP(rP+2)/q)^{1/2}-1): \qquad (7)$$

Ցույց տանք, որ հնարավոր մաքսիմում ապահովագրավճարը k անգամ մեծացնելիս, համապատասխան կորուստի չափը, որը որոշվում է (2) բանաձևով, երբ մնացած փոփոխականները հայտնի են, ավելի դանդաղ է աճում` k>a: Դրա համար (7) հավասարման ձախ մասի a–ն փոխարինենք k–ով և գտնենք այդ երկու արտահայտությունների միջև գոյություն ունեցող անհավասարության նշանը: Հաշվարկները պարզեցնելու համար $((1+rP(rP+2)/q)^{1/2}-1)$ նշանակենք B-ով և քանի որ B-ն մեծ է զրոյից, կարող ենք գրել.

$$kB \text{ և } (1+krP(krP+2)/q)^{1/2}-1,$$

կամ որ նույնն է

$$(kB-1)^2 \text{ և } (1+krP(krP+2)/q),$$

որտեղից կստանանք`

$$B^2k^2+2Bk-k^2r^2P^2/q-2krP/q \text{ և } 0:$$

Անհավասարման երկու կողմը բաժանելով k–ի վրա (k>0) և k չպարունակող անդամները տեղափոխելով աջ կողմ, կստանանք`

$$k(B^2-r^2P^2/q) \text{ և } 2(rP/q-B): \qquad (8)$$

$(B^2-r^2P^2/q)$ արտահայտության մեջ տեղադրելով B–ի իրական արժեքը, կունենանք`

$$(B^2-r^2P^2/q)=1+1+ rP(rP+2)/q-2(1+rP(rP+2)/q)^{1/2}-r^2P^2/q=$$
$$=2\ rP/q+2-2(1+rP(rP+2)/q)^{1/2}=2(rP/q-B): \qquad (9)$$

$(B^2-r^2P^2/q)$ արտահայտության համար (9)-ում ստացած արժեքը տեղադրենք (8)-ի մեջ և կստանանք`

$$k \text{ և } 1,$$

և քանի որ մաքսիմում ապահովագրավճարը k անգամ մեծացրել էինք, ուստի k>1, այսինքն ստացանք այն ինչ պետք էր ապացուցել:

Որպեսզի ապացույցը լինի լիարժեք, ցույց տանք, որ (8) անհավասարման երկու կողմը կարող էինք բաժանել (rP/q-B)-ի վրա, այսինքն` rP/q>B: Կրկին օգտվելով B-ի նշանակումից, կունենանք`

$$(rP/q+1)^2>(1+rP(rP+2)/q),$$

կամ`

$$r^2P^2/q^2+1+2rP/q>1+r^2P^2/q+2rP/q,$$

որտեղից`

$$1/q>1,$$

որը միշտ տեղի ունի, քանի որ q հավանականությունը պատկանում է զրոյից մեկ միջակայքին:

Ընդհանրապես k-ի և a-ի փոխկապակցվածությունը բնութագրվում է նաև նրանց հարաբերությամբ, որը իրենից ներկայացնում է աճող ֆունկցիա ըստ k-ի և ընդունում է իր մաքսիմում արժեքը, երբ k-ն ձգտում է անվերջության՝

$$\lim_{k\to+\infty}\frac{k}{a}= \lim_{k\to+\infty}\frac{k\left(\sqrt{1+\frac{rP(rP+2)}{q}}-1\right)}{\sqrt{1+\frac{krP(krP+2)}{q}}-1}=\frac{\sqrt{q}}{rP}\left(\sqrt{1+\frac{rP(rP+2)}{q}}-1\right): \qquad (10)$$

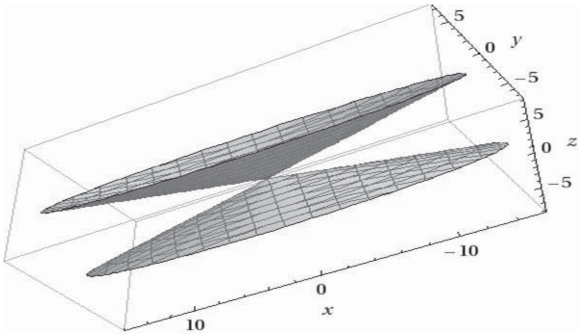
ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆԸ

Այս մոդելում ստացված արդյունքները կիրառենք ՀՀ-ում ապահովագրավճարների հաշվարկման համար՝ մասնավորապես ավտոտրանսպորտային միջոցների օգտագործումից բխող պատասխանատվության պարտադիր ապահովագրության (այսուհետ ԱՊՊԱ) ոլորտում: ՀՀ-ում ԱՊՊԱ-ն գործում է գրեթէ երեք տարի և արդեն գոյություն ունեն վիճակագրական տվյալներ և հետազոտություններ ԱՊՊԱ-ի վերաբերյալ: Հայտնի են տարեկան փոխհատուցման պահանջների հաճախականությունը, տարեկան միջին փոխհատուցման չափը, ապահովադիրների օգտակարությունը [4] և այլ անհրաժեշտ տվյալները: 2012 թ. վիճակագրական տվյալների համաձայն[1] միջին փոխհատուցման չափը և փոխհատուցման պահանջների հաճախականությունը կազմել են համապատասխանաբար 204000 դրամ և 13%, իսկ անհատի հարստության չափը, որից հետո օգտակար չէ ապահովագրական պայմանագրի ձեռքբերումը կազմել է 350000դրամ: Նաև, «Հայաստանի ավտոապահովագրողների բյուրո» ԻԱՄ-ի կողմից հրապարակված վիճակագրական տվյալների հիման վրա, մեր կողմից հաշվարկվել է ապահովագրավճարի միջին չափը, որը 2012 թ. կազմել է 36000 դրամ: Քանի որ փոխհատուցման պահանջների հաճախականությունը հանդիսանում է (2) հավասարման այնպիսի փոփոխական, որի վրա էական ազդեցություն կարճաժամկետ հատվածում անհնար է թողնել, ուստի այն մեր հաշվարկներում կդիտարկենք, որպես հաստատուն պարամետր և կթողնենք հավասար 13%-ի: Որպես օգտակարության ֆունկցիա ընտրվել է լոգարիթմական օգտակարության ֆունկցիան, իսկ անհատի հարստության հետ կապված ընտրվել են հարստության դասեր, որոնց նկատմամբ դիտարկվել են համապատասխան հնարավոր մաքսիմում ապահովագրավճարների և պոտենցիալ կորուստների մակարդակները: Տեղադրելով վերոնշյալ տվյալները (5) հավասարման մեջ, ստանում ենք իրական կոնի հավասարում: Նկար 1-ում պատկերված է ստացված իրական կոնը, որտեղ x-ը անհատի հնարավոր կորստի չափն է, y-ը մաքսիմում ապահովագրավճարի չափն է, իսկ z-ը անհատի հարստության չափն է: Այս իրական կոնի մակերևույթով պարփակված տարածությունում գտնվող կետերը իրենցից ներկայացնում են հնարավոր վնասի, ապահովագրավճարի և անհատի հարստության այն եռյակը, որի դեպքում անհատին օգտակար է ապահովագրության ձեռքբերումը, իսկ իրական կոնի մակերևույթը իրենից ներկայացնում է անհատի անտարբերության մակերևույթը ապահովագրության ձեռքբերման նկատմամբ (այստեղ ենթադրվում է, որ x-ի, y-ի և z-ի վրա այլ պայմաններ դրված չեն):

Նկար 1

[1] Տես՝ «Հայաստանի ավտոապահովագրողների բյուրո» ԻԱՄ պաշտոնական կայքէջ - http://paap.am

Անհատի անտարբերության մակերևույթը ապահովագրության ծեռքբերման նկատմամբ, որտեղ x-ը անհատի հնարավոր կորստի չափն է, y-ը մաքսիմում ապահովագրավճարի չափն է, իսկ z-ը անհատի հարստության չափն է (դրամ)



Եթե ԱՊՊԱ պայմանագիր ունեցող անհատի հարստությունը դիտարկենք հավասար երկու միլիոն դրամի և օգտագործենք վերոնշյալ վիճակագրական տվյալները, ապա անհատի կորստի չափի և անհատի մաքսիմում ապահովագրավճարի փոխկապակցվածությունը բնութագրող (5) հավասարումը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$0{,}13x^2+520000x-P^2-4000000P=0: \qquad (11)$$

(11)-ը իրենից ներկայացնում է հիպերբոլի հավասարում: Եթե այս հավասարմանը ավելացնենք հնարավոր կորստի և մաքսիմում ապահովագրավճարի մեկից մեծ լինելու պայմանը, ապա կստանանք երկու միլիոն դրամ հարստություն ունեցող անհատի անտարբերության կորը ԱՊՊԱ ծեռք բերելու նկատմամբ:

Հավասարումների օգնությամբ կառուցվել է անհատի տարբեր հարստությունների մակարդակների և տարբեր կորուստների չափերի դեպքերում անհատի մաքսիմում ապահովագրավճարների օպտիմալ տարբերակների աղյուսակը, ԱՊՊԱ-ի համար:

Աղյուսակ 1

Մաքսիմում ապահովագրավճարները ԱՊՊԱ-ի դեպքում

Կորուստ / Հարստություն	180000	200000	250000	300000	350000
1000000	25188	28202	43887	35917	52105
2000000	24305	27116	41494	34238	48883
5000000	23764	26450	40009	33202	46872
10000000	23582	26225	39507	32852	46189
20000000	23491	26113	39254	32676	45845

Գրականություն

1. **Pratt J. W.,** Risk aversion in the small and in the large // Econometrica 32 (1/2) 1964, pp. 122–136.
2. **David C. M. Dickson.** Insurance Risk and Ruin / Cambridge University Press, January 10, 2005.

3. **Фихтенгольц Г. М.,** Курс дифференциального и интегрального исчисления: Том 1 / Москва, 1969.
4. **Մելքոնյան Ն.,** Ապահովադրի օգտակարությունը ՀՀ-ում // Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի լրաբեր / Եր. 2013, էջ. 632-640:

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Հոդվածում ուսումնասիրվում է մաքսիմում ապահովագրավճարների և հնարավոր կորուստների փոխկապակցվածությունը: Որոշվում է անհատի անտարբերության մակերևույթը ապահովագրության ձեռքբերման նկատմամբ: Առաջարկվում է նոր ապահովագրավճարի չափ ԱՊՊԱ-ի համար:

АННОТАЦИЯ

АРАКЕЛЯН А., МЕЛКОНЯН Н. – ВЗАИМОСВЯЗЬ АВТОМОБИЛЬНЫХ СТРАХОВЫХ ПРЕМИЙ И ПОТЕРЬ, ВЫЗВАННЫХ АВАРИЯМИ

В статье исследуется взаимосвязь максимальных страховых взносов и возможных потерь. Выявляется поверхность безразличия индивида в отношении приобретения страховки. Предложен новый размер страховых выплат для ОСАГО.

SUMMARY

ARAKELYAN A., MELKONYAN N. – THE INTERCONNECTION BETWEEN CAR INSURANCE PREMIUMS AND CRASH CONDITIONED LOSSES

The article touches upon interconnection between maximum premiums and possible losses. Individual's attitude to being insured proved to be superficial thus a new compulsory MTPL premium is suggested.