Ֆ Ի Զ Ի Կ Ա -1

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ընդհանուր ֆիզիկայի և աստղաֆիզիկայի ամբիոնի դոցենտ

Պ. Պետրոսյան

Դասախոսությունը նախատեսված է ֆիզիկայի , կիրառական մաթեմատիայի, կենսաբանական ֆակուլտետների ուսանողների համար, կարող է օգտակար լինել նաև համալսարանի այլ բնագիտական ֆակուլտետների համար:

Ֆիզիկայի զարգացման պատմության ընթացքում ամենավաղ զարգացած բաժինը՝ դա մեխանիկան է: Մեխանիկան գիտություն է մարմինների շարժման և հավասարակշռության մասին: Շարժման տակ մեխանիկայում հասկացվում է նրա պարզագույն տեսակը՝ մեխանիկական շարժումը: Մեխանիկական շարժում կոչվում է ժամանակի ընթացքում տարածության մեջ մարմնի դիրքի փոփոխությունն այլ մարմինների նկատմամբ կամ նրա առանձին մասերի դիրքերի փոփոխությունը միմյանց նկատմամբ:

Մեխանիկան բաժանվում է դասականի և քվանտայինի: Դասական , ոչ ռելյատիվիստիկ մեխանիկան ուսումասիրում է դանդաղ շարժվող ($V \ll C$) մակրոսկոպիկ մարմիններին:

Դասական ռելյատիվիստիկ մեխանիկան ուսումասիրում է մակրոսկոպիկ մարմինների լույսի արագություններին մոտ արագություններով շարժումները:

Քվանտային մեխանիկան ուսումնասիրում է միկրոսկոպիկ մարմինների (մոլեկուլ, ատոմ, էլեկտրոն, պրոտոն և այլն) շարժումը: Քվանտային մեխանիկան ևս բաժանվում է ոչ ռելյատիվիստիկ ($V \ll C$) և ռելյատիվիստիկ ($V \sim C$) մեխանիկաների:

Դասական մեխանիկան բաղկացած է երեք հիմնական բաժիններից՝ *կինեմատիկա, դինամիկա և ստատիկա:* Կինեմատիկան ուսումնասիրում է մարմինների շարժումներն, առանց հաշվի առնելու դրանց առաջացնող պատճառները: Դինամիկան ուսումնասիրում է մարմինների շարժումն առաջացնող պատճառները: Ստատիկան ուսումնասիրում է մարմինների հավասարակշռության պայմանները:

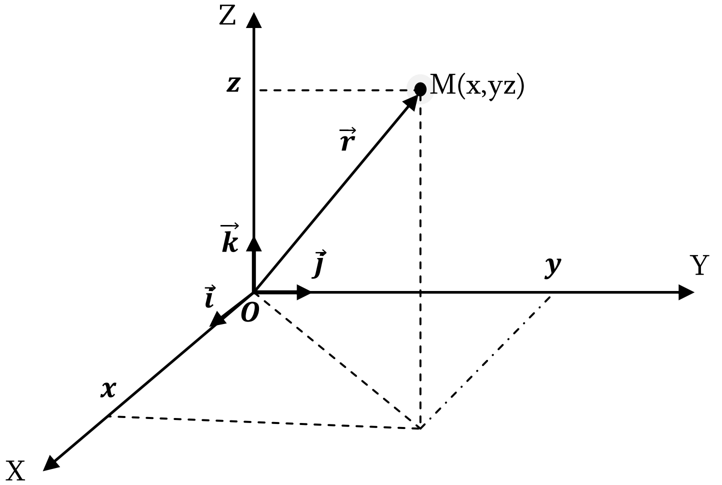
Մեխանիկայի հիմնական խնդիրն է որոշել մարմնի դիրքը տարածության մեջ ժամանակի ընթացքում:

Դասական մեխանիկայի ուսումնասիրության պարզագույն օբյեկտը դա նյութական կետն է: Նյութական կետ կոչվում է ցանկացած մակրոսկոպիկ մարմին , որի չափերը շարժման տվյալ պայմաններում կարելի է անտեսել: Նյութական կետի շարժման ուսումնասիրության համար անհրաժեշտ է ընտրել հաշվարկման համակարգ: Այն կազմված է հաշվարքի մարմնից , նրա հետ կապված կոորդինատական համակարգից և ժամանակը չափող սարքից: Հաճախ օգտագործվում է դեկարդյան կոորդինատական համակարգը, որը բնութագրվում է երեք բազիսային միավոր $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ վեկտորներով (նկ.1): Նյութական կետի դիրքը տարածության մեջ տվյալ հաշվարկի համակարգում տրվում է կամ (x, y, z)

կոորդինատներով կամ $\vec{r}$ շառավիղ վեկտորով, որը իրենից ներկայացնում է կոորդինատական համակարգի սկզբնակետը մարմնի տվյալ դիրքի հետ միացնող վեկտորը: x, y և z կոորդինատները հանդիսանում են շառավիղ վեկտորի պրոյեկցիանները կոորդինատային առանցքների վրա.

$$\vec{r} = \vec{\imath}x + \vec{\jmath}\,y + \vec{k}z:$$

Այսպիսով մեխանիկական շարժման ուսումնասիրությունը հանգում է $x = x(t), y = y(t)$ և $z = z(t)$ կամ $\vec{r} = \vec{r}(t)$ կախվածությունների որոշմանը, որը կոչվում է *շարժման օրենք կամ շարժման հավասարում:*

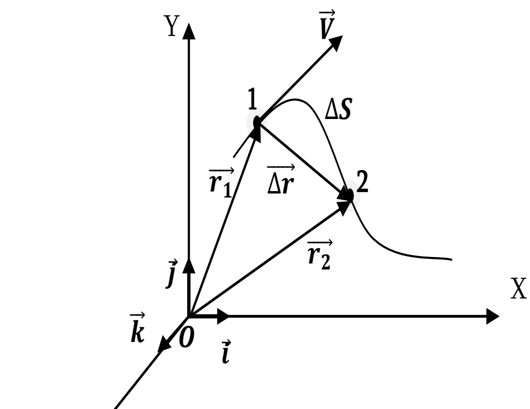


Նկ.1

Նյութական կետերի շարժումները իրարից տարբերվում են նաև հետագծի տեսքով: Հետագիծ կոչվում է այն կետերի բազմությունը, որոնցով տվյալ հաշվարկման համակարգում հաջորդաբար անցել է նյութական կետը: Ըստ հետագծի ձևի շարժումները լինում են ուղղագիծ կամ կորագիծ: Շարժման ընթացքում հետագծի երկայնքով մարմնի անցած հեռավորությունը կոչվում է անցած ճանապարհ:

Արագություն և արագացում:

Ենթադրենք նյութական կետը $\Delta t = t_2 - t_1$ ժամանակամիջոցում տեղափոխվել է կոր հետագծի 1 կետից 2 կետը: $\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$ մեծությունը կոչվում է Δt ժամանակամիջոցում նյութական կետի տեղափոխություն:



Նկ.2

Δt ժամանակամիջոցում նյութական կետի տեղափոխության հարաբերությունը այդ ժամանակամիջոցին կոչվում է նյութական կետի միջին արագություն Δt ժամանակամիջոցում:

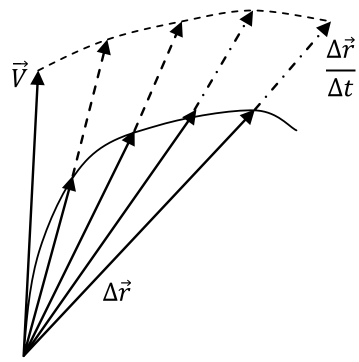
$$\overrightarrow{V_{միջ}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}}{\Delta t} \quad (1)$$

$\overrightarrow{V_{միջ}}$ վեկտորի մոդուլը և ուղղությունն ընդհանրապես կախված են Δt -ից: Պարզվում է, որ Δt-ի բավականին փոքր արժեքների դեպքում (1) հարաբերությամբ որոշվող վեկտորը գործնականորեն դադարում է փոփոխվելուց՝ ինչպես ըստ մեծության, այնպես էլ ըստ ուղղության: Դա նշանակում է, որ երբ Δt-ն զրոյի ձգտի (1) հարաբերությունը ձգտում է որոշակի սահմանի: Այդ սահմանը կոչվում է շարժվող կետի ակընթարթային արագություն: Ասվածը կարելի է գրել հետևյալ կերպ՝

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \qquad (2)$$

Հետևաբար, արագությունը կարելի է սահմանել որպես շառավիղ-վեկտորի ածանցիալ ըստ ժամանակի՝

$$\vec{V} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt}:$$



Արագությունը վեկտորական մեծություն է: Նկար 3-ից երևում է, որ $\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$ վեկտորը հետագիծը հատող գիծ է: Սահմանային ($\Delta t \to 0$)անցման դեպքում այս վեկտորի սկզբնակետը և հետագծի հատման կետերը ավելի են իրար մոտենում, վերջին հաշվով ձուլվելով մեկ կետում, որի հետևանքով հատողը վեր է ածվում շոշափողի: Այպիսով, արագության վեկտորը ուղղված է հետագծի համապատասխան կետում տարված շոշափողի երկայնքով:

(2) բանաձևի համաձայն արագության վեկտորի մոդուլը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$V = \left|\vec{V}\right| = \left|\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|}{\Delta t}:$$

Նկ.3

ΔS տարրական ճանապարհը, ընդհանրապես, մեծությամբ տարբերվում է $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|$ տարրական տեղափոխման մոդուլից (նկ.2): Սակայն , եթե վերցնենք փոքր Δt ժամանակամիջոցներին համապատասխանող ΔS ճանապարհի հատվածներ և $\overrightarrow{\Delta r}$ տեղափոխություններ, ապա ΔS -ի և $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|$-ի միջև տարբերությունը Δt -ի փոքրացմանը զուգընթաց կլինի շատ փոքր և ΔS ճանապարհը առավել մեծ ճշտությամբ կհամընկնի $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|$-ի հետ: Սրա հիման վրա կարելի է գրել.

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\overrightarrow{\Delta r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}:$$

Որտեղից, արագության մոդուլի (ճանապարհային արագություն) համար ստացվում է հետևյալ բանաձևը՝

$$V=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{dS}{dt}:$$

Անցած ճանապարհի հաշվումը

Եթե հայտնի է նյութական կետի V արագության կախվածությունը ժամանակից, ապա կարելի է հաշվել նրա անցած ճանապարհը t_1պահից մինչև t_2 պահը: Դրա համար t_2-t_1 ժամանակամիջոցը բաժանենք N հատ փոքր $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots. \Delta t_N$ ժամանակամիջոցների, որոնք ըստ արժեքի կարող են լինել տարբեր: Կետի անցած ամբողջ s ճանապարհը կլինի $\Delta s_1, \Delta s_2, \ldots.., \Delta s_N$ ճանապարհների գումարը , այսինքն՝

$$s=\Delta s_1+\Delta s_2+\cdots..+\Delta s_N=\sum_{i=1}^{N}\Delta s_i:$$

Յուրաքանչյուր Δs_i գումարելին կարելի է ներկայացնել հետևյալ մոտավոր տեսքով՝

$\Delta s_i\cong V_i\Delta t_i$, որտեղ Δt_i-ն այն ժամանակամիջոցն է, որի ընթացքում կետն անցել է Δs_i ճանապարհը, իսկ V_i-ն արագության արժեքներից մեկն է Δt_i ժամանակի ընթացքում: Այսպիսով՝

$$s\cong\sum_{i=1}^{N}V_i\Delta t_i$$

Որքան փոքր են Δt_i ժամանակամիջոցները, այնքան ավելի ճշգրիտ է գրված հավասարությունը: Սահմանային դեպքում, երբ բոլոր Δt_i -երը ձգտում են զրոյի, աջ կողմում գրված գումարը կհավասարվի s-ին՝

$$s=\lim_{\Delta t_i\to 0}\sum_{i=1}^{N}V_i\Delta t_i: \qquad (3)$$

Արագությունը ժամանակի ֆունկցիա է, այսինքն՝ V= $V(t)$: Մաթեմատիկայում a -ից մինչև b սահմաններում պարփակված x –ի արժեքների համար կազմված

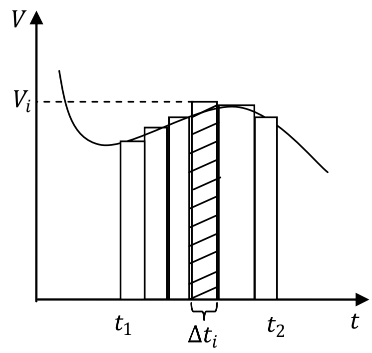
$$\lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} f(x_i)\Delta x_i$$

արտահայտությունը կոչվում է որոշյալ ինտեգրալ և գրվում է հետևյալ կերպ՝

$$\int_a^b f(x)dx:$$

Հետևաբար, t_1-ից մինչև t_2 -ը ընկած ժամանակամիջոցում կետի անցած ճանապարհը հավասար կլինի հետևյալ որոշյալ ինտեգրալին՝

$$s = \int_{t_1}^{t_2} V(t)dt:$$



Նկ. 4

Ցույց տանք, որ անցած ճանապարհի մեծությունը կարելի է ներկայացնել մի պատկերի մակերեսով, որը պարփակված է t ժամանակից V արագության կախվածությունը պատկերող կորով: Կառուցենք V=V(t) ֆունկցիայի գրաֆիկը (նկ.4): $V_i\Delta t_i$ արտադրյալը թվապես հավասար է ստվերագծված i –րդ շերտի մակերեսին: Այսպիսի արտադրյալների գումարը հավասար կլինի մի մակերեսի, որը սահմանափակված է t առանցքով, $t = t_1$ և $t = t_2$ ուղիղներով, ինչպես նաև բոլոր նման շերտերի վերևի կողմերով կազմված բեկյալ գծով: Δt_i-ն զրոյի ձգտելու դեպքում բոլոր շերտերի լայնությունները նվազում են և բեկյալ գիծը սահմանային դեպքում ձուլվում է V=V(t) կորի հետ:

Այսպիսով, t_1 պահից մինչև t_2 պահը ընկած ժամանակամիջոցում անցած ճանապարհը թվապես հավասար է այն պատկերի մակերեսին, որը սահմանափակված է V=V(t) գրաֆիկով, ժամանակի t առանցքով և $t = t_1$ ու $t = t_2$ ուղիղներով:

Այն շարժումը, որի դեպքում արագությունը, իր ուղղությունը ցանկացած ձևով փոխելով, մնում է մեծությամբ հաստատուն, կոչվում է հավասարաչափ:

Հավասարաչափ շարժման ժամանակ (3) բանաձևում բոլոր V_i-երը կլինեն նույնը և V-ին հավասար: V –ն կարելի է գումարի նշանի տակից դուրս բերել և՝

$$s = \lim_{\Delta t_i \to 0} V \sum_{i=1}^{N} \Delta t_i = V \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} \Delta t_i:$$

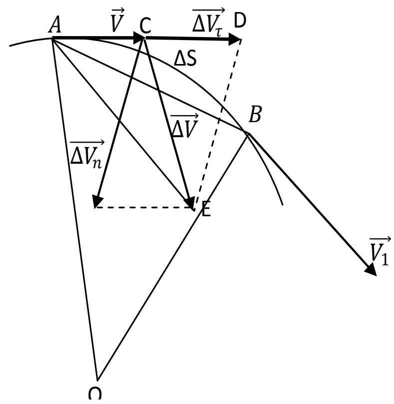
Տարրական ժամանակամիջոցների գումարը տալիս է այն t ժամանակը, որի ընթացքում կետը անցնում է s ճանապարհ: Այսպիսով, կարելի է գրել.

$$s = Vt:$$

Արագացում:

Հաճախ հանդիպում են շարժումներ, երբ հավասար ժամանակամիջոցներում մարմնի տեղափոխությունները տարբեր են: Այն շարժումը, որի ընթացքում գոնե երկու հավասար ժամանակամիջոցներում մարմինը կատարում է անհավասար տեղափոխություններ, կոչվում է անհավասարաչափ շարժում: Անհավասարաչափ շարժման ընթացքում կարող է փոխվել արագության ինչպես մեծությունը, այնպես էլ ուղղությունը: Արագության ըստ մեծության և ըստ ուղղության փոփոխման արագությունը բնութագրող ֆիզիկական մեծությունը հանդիսանում է *արագացումը*:

Ենթադրենք ժամանակի t պահին նյութական կետի արագությունը $\overrightarrow{V_1}$ է, $t + \Delta t$ պահին այն դարձել է $\overrightarrow{V_2}$: Անհավասարաչափ շարժման միջին արագացում (t, $t + \Delta t$) միջակայքում կոչվում է հետևյալ վեկտորական մեծությունը.



$$\overrightarrow{a_{միջ}} = \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1}}{\Delta t} \quad (4)$$

$\overrightarrow{a_{միջ}}$ վեկտորի մոդուլը և ուղղությունը ընդհանրապես կախված են Δt ժամանակամիջոցի տևողությունից: Պարզվում է, որ Δt-ի բավականին փոքր արժեքների դեպքում (4) հարաբերությամբ որոշվող վեկտորը գործնականորեն դադարում է փոփոխվելուց՝ ինչպես ըստ մեծության, այնպես էլ ըստ ուղղության: Դա նշանակում է, որ երբ Δt-ն զրոյի ձգտի (4) հարաբերությունը ձգտում է որոշակի սահմանի: Այդ սահմանը կոչվում է շարժվող կետի ակընթարթային արագացում:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \overrightarrow{a_{միջ}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}:$$

Դիցուկ կոր հետագծով շարժվող մարմինը A կետից տեղափոխվում է B կետ Δt ժամանակամիջոցում: A կետում մարմնի արագությունը $\vec{V}$ է, իսկ B կետում $\overrightarrow{V_1}$:

$\overrightarrow{\Delta V} = \overrightarrow{V_1} - \vec{V}$ վեկտորը ներկայացնենք երկու բաղադրիչների տեսքով: Դրա համար A կետից $\vec{V}$ վեկտորի ուղղությամբ դասավորենք AD վեկտորը, որի մեծությունը հավասար է $\overrightarrow{V_1}$-ի մոդուլին: CD վեկտորը, որը հավասար է $\overrightarrow{\Delta V_\tau}$ վեկտորին , բնութագրում է արագության մոդուլի փոփոխությունը Δt ժամանակամիջոցում:

$\Delta V_\tau = V_1 - V$: $\overrightarrow{\Delta V}$ վեկտորի մյուս $\overrightarrow{\Delta V_n}$ բաղադրիչը բնութագրում է Δt ժամանակամիջոցում արագության ուղղության փոփոխությունը: Արագացումը, որը բնութագրում է արագության ինչպես ուղղության, այնպես էլ մեծության փոփոխությունը , նույնպես կարելի է բաժանել երկու բաղադրիչների՝ a_τև a_n: a_τ-ն բնութագրում է արագության մեծության փոփոխության արագությունը և կոչվում է արագացման տանգենցիալ բաղադրիչ, իսկ a_n –ը՝ արագության ուղղության փոփոխության արագությունը՝ կոչվում է արագացման նորմալ բաղադրիչ:

Արագացման տանգենցիալ բաղադրիչը որոշվում է.

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta V_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt}$$

և այն ուղղված է հետագծին տարված շոշափողով:

Հաշվենք ***արագացման նորմալ բաղադրիչը***: Ենթադրենք A և B կետերը գտնվում են իրար շատ մոտ, այդ դեպքում ΔS-ը կարելի է համարել որպես որևէ r շառավղով շրջանագծի աղեղ, որը շատ քիչ է տարբերվում AB լարի երկարությունից: Այս դեպքում AOB և EAD եռանկյունիների նմանությունից հետևվում է.

$\frac{ED}{AB} = \frac{AD}{AO}$, կամ $\frac{\Delta V_n}{AB} = \frac{V_1}{r}$, քանի որ $AB = V\Delta t$, կունենանք՝ $\frac{\Delta V_n}{\Delta t} = \frac{VV_1}{r}$:

Երբ $\Delta t \to 0$ $V_1 \to V$: Քանի որ $\overrightarrow{V_1} \to \vec{V}$, ապա անկյուն EAD –ն կձգտի զրոյի և EAD հավասարասրուն եռանկյան մեջ $\vec{V}$ և $\overrightarrow{\Delta V_n}$ վեկտորների կազմած ADE անկյունը կձգտի 90^0- ի: Քանի, որ $\vec{V}$ վեկտորը ուղղված է հետագծին տարված շոշափողով, ապա $\overrightarrow{\Delta V_n}$ վեկտորը ուղղահայաց լինելով նրան ուղղված կլինի դեպի հետագծի կորության կենտրոն: Արագացման նորմալ բաղադրիչը՝

$$a_n = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta V_n}{\Delta t} = \frac{V^2}{r}$$

և ուղղված է դեպի հետագծի կորության կենտրոն: Մարմնի լրիվ արագացումը իրենից ներկայացնում է տանգեցիալ և նորմալ արագացումների վեկտորական գումարը:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \overrightarrow{a_\tau} + \overrightarrow{a_n}:$$

Այսպիսով արագացման տանգեցիալ բաղադրիչը բնութագրում է արագության մեծության փոփոխության արագությունը (ուղղված է հետագծին տարված շոշափողով), իսկ արագացման նորմալ բաղադրիչը՝ արագության ուղղության փոփոխության արագությունը (ուղղված է դեպի հետագծի կորության կենտրոն):

Կախված արագացման նորմալ և տանգենցիալ բաղադրիչների ընդունած արժեքներից մեխանիկական շարժումները կարելի է դասակարգել հետևյալ կերպ.

1) $a_n = 0, a_\tau = 0$ – ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում:

2) $a_n = 0, a_\tau = a = const$- ուղղագիծ հավասարաչափ փոփոխական շարժում: Այդպիսի շարժման դեպքում.

$$a_\tau = a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}:$$

Եթե շարժման սկզբնական պահը $t_1 = 0$, իսկ սկզբնական արագությունը $V_1 = V_0$, ապա ընդունելով $t_2 = t, V_2 = V$ կունենանք. $a = \frac{V - V_0}{t}$: Որտեղից.

$$V = V_0 + at:$$

Հավասարաչափ փոփոխական շարժման դեպքում t ժամանակամիջոցում մարմնի անցած ճանապարհը կորոշվի.

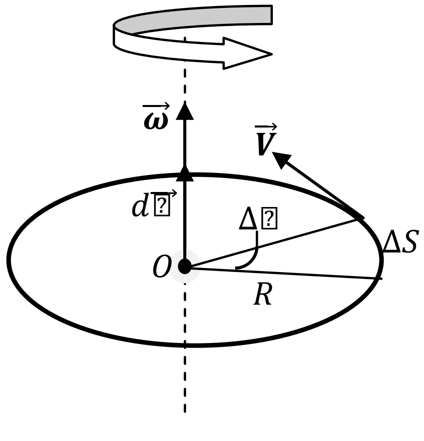
$$s = \int_0^t V dt = \int_0^t (V_0 + at) dt = V_0 t + \frac{at^2}{2}:$$

3) $a_n = 0, a_\tau = f(t)$- փոփոխական արագացմամբ ուղղագիծ շարժում:

4) $a_n = const, a_\tau = 0$: Քանի որ $a_\tau = 0$, կարող է փոխվել միայն արագության ուղղությունը: $a_n = \frac{V^2}{r}$ բանաձևից հետևում է, որ շարժման ընթացքում կորության շառավիղը մնում է հաստատուն, հետևաբար շարժումը կլինի հավասարաչափ շրջանագծային շարժում:

5) $a_n \neq 0, a_\tau = 0$- հավասարաչափ կորագիծ շարժում:

6) $a_n \neq 0, a_\tau \neq 0$- անհավասարաչափ կորագիծ շարժում:



Պտտական շարժման կինեմատիկան:

Քննարկենք բացարձակ պինդ մարմնի պտտական շարժումը որևէ անշարժ առանցքի շուրջը: Այդպիսի շարժման դեպքում մարմնի բոլոր կետերը կշարժվեն տարբեր շառավիղներով շրջանագծերով, որոնց կենտրոնները կգտնվեն պտտման առանցքի վրա: Դիցուկ Δt ժամանակամիջոցում մարմինը պտտվել է $\Delta\varphi(d\varphi)$ անկյունով: Տարրական պտույտի $\Delta\varphi$ կամ $d\varphi$ անկյունը ներկայացվում է վեկտորով, որի մոդուլը հավասար է պտույտի $\Delta\varphi$ անկյան մեծությանը, իսկ ուղղությունը համընկնում է պտտման առանցքի հետ, որի ուղղությունը որոշվում է աջ պտուտակի կանոնով: Նման ձևով սահմանված վեկտորները կոչվում են առանցքային վեկտորներ:

Պտտական շարժումը նկարագրվում է անկյունային արագությամբ, որը որոշվում է .

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}:$$

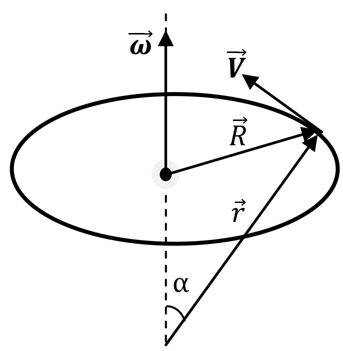
Անկյունային արագությունը ևս առանցքային վեկտոր է և ունի պտույտի անկյան ուղղությունը: Հաստատուն անկյունային արագությամբ պտտական շարժումը կոչվում է հավասարաչափ: Հավասարաչափ պտտական շարժումը բնութագրվում է պտտման T պարբերությամբ ՝այն ժամանակամիջոցով, որի ընթացքում մարմինը կատարում է մեկ լրիվ պտույտ և հաճախությամբ՝ միավոր ժամանակամիջոցում կատարված պտույտների թվով:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Պտտական շարժման ժամանակ անկյունային արագությունը կարող է փոխվել ինչպես մեծությամբ, այնպես էլ ուղղությամբ: Դիցուկ Δt ժամանակամիջոցում անկյունային արագությունը փոխվել է $\Delta\vec{\omega}$ -ով, անկյունային արագության փոփոխության արագությունը կլինի.

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt},$$

որը կոչվում է անկյունային արագացում: Պտտական շարժում կատարող մարմնի բոլոր կետերը օժտված են ինչպես անկյունային արագությամբ, այնպես էլ գծային արագությամբ: Պարզ է, որ այդ արագությունների միջև պետք է լինի կապ: Իրոք, ենթադրենք պտտման առանցքից R հեռավորության վրա գտնվող որևէ կետ Δt ժամանակահատվածում պտտվել է $\Delta\varphi$ անկյունով, ապա նրա անցած ճանապարհը կլինի $\Delta S = R\Delta\varphi$, իսկ գծային արագության մեծությունը.



$$V = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega:$$

Այս արտահայտությունը ներկայացնում է
գծային և անկյունային արագությունների մեծությունների կապը: Այժմ գտնենք $\vec{V}$ և $\vec{\omega}$

վեկտորների կապը: Պտտական շարժում կատարող մարմնի յուրաքանչյուր կետ կարելի է բնութագրել $\vec{r}$ շառավիղ վեկտորով, որը առանցքի վրա գտնվող սկզբնակետից մինչև տվյալ կետը տարված վեկտորն է: Գծագրից պարզ երևում է, որ $\overrightarrow{\omega}$ և $\vec{r}$ վեկտորների վեկտորական արտադրյալի ուղղությունը համընկնում է տվյալ կետի արագության ուղղության հետ, իսկ մեծությունը՝ $\omega r sin\alpha = \omega R$, մեծության հետ: Հետևաբար կարող ենք գրել.

$$\vec{V} = [\vec{\omega}\vec{r}]:$$

Նկատի ունենալով V –ի և ω -ի կապը, արագացման նորմալ բաղադրիչի մեծությունը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով.

$$a_n = \omega^2 R:$$

Իսկ տանգենցիալ արագացման մեծության համար կստանանք.

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\boldsymbol{\varepsilon}:$$

Ստուգողական հարցեր:

- Ի՞նչն է կոչվում նյութական կետ: Ինչու՞ է մեխանիկայում ներմուծվում նյութական կետի գաղափարը:
- Ի՞նչ է իրենից ներկայացնում հաշվարկման համակարգը:
- Ի՞նչ է տեղափոխության վեկտորը: Արդյո՞ք միշտ է տեղափոխության վեկտորի մոդուլը հավասար նյութական կետի անցած ճանապարհին:
- Տվեք միջին արագության, արագացման, ակընթարթային արագության և արագացման սահմանումները: Ինչպիսի՞ն են նրանց ուղղությունները:
- Ի՞նչ է բնութագրում արագացման տանգեցիալ բաղադրիչը, նորմալ բաղադրիչը: Ինչի՞ են հավասար նրանց մոդուլները:
- Հնարավո՞ր են արդյոք այնպիսի շարժման տեսակներ, որի ժամանակ բացակայի արագացման նորմալ բաղադրիչը, տանգեցիալ բաղադրիչը: Բերեք օրինակներ:
- Ի՞նչն է կոչվում անկյունային արագություն, անկյունային արագացում: Ինչպե՞ս է որոշվում նրանց ուղղությունները:
- Ինչպիսի՞ն է գծային և անկյունային արագությունների կապը:

Խնդիրներ

1. Նյութական կետի անցած ճանապարհի ժամանակից կախվածությունը տրվում է հետևյալ հավասարումով՝ $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3, (C = 0.1\ {մ}/{վ^2}, D = 0.03\ {մ}/{վ^3})$: Որոշել 1) այն ժամանկամիջոցը, որից հետո նյութական կետի արագացումը կլինի 2 ${մ}/{վ^2}$; 2) այդ ժամանակամիջոցում արագացման միջին արժեքը: [1) 10$վ$, 2) 1.1 ${մ}/{վ^2}$:]
2. Որոշել հորիզոնի նկատմամբ այն անկյունը, որով մարմինը նետելիս նրա թռիչքի բարձրությունը հավասար կլինի թռիչքի հեռահարության $1/4$ -ին: Օդի դիմադրությունը հաշվի չառնել:[45^0]
3. $R = 0.1մ$ շառավղով անիվը պտտվում է այնպես, որ նրա անկյունային արագության կախվածությունը ժամանակից փոխվում է հետևյալ օրենքով $\omega = 2At + 5Bt^4$ $(A = 2\ {ռադ}/{վ^2}, B = 1\ {ռադ}/{վ^5}$: Որոշել անիվի եզրակետի լրիվ արագացումը պտույտը սկսելուց $t = 1վ$ հետո և այդ ընթացքում կատարված պտույտների թիվը:[a=8.5$a = 8.5\ {մ}/{վ^2}, N = 0.48$]
4. $R = 4մ$ շառավղով պտտվող նյութական կետի նորմալ արագացման կախվածությունը ժամանակից տրվում է հետևյալ օրենքով. $a_n = A + Bt + Ct^2$: Որոշել 1) նյութական կետի տանգեցիալ արագացումը; 2) նյութական կետի անցած ճանապարհը շարժումը սկսելուց $t_1 = 5վ$ հետո; 3) լրիվ արագացումը $t_2 = 1վ$ պահին:[1) $6{մ}/{վ^2}$;2) $85մ$; 3) $6.3{մ}/{վ^2}$]
5. Հավասարաչափ դանդաղող պտտական շարժման ժամանակ անիվի հաճախությունը $t = 60վ$ ընթացքում փոքրանում է $300վ^{-1}$ –ից մինչև 180 $վ^{-1}$: Որոշել 1) անիվի անկյունային արագացումը այդ ընթացքում 2) նրա կատարած լրիվ պտույտների թիվը: [1)$0.21{ռադ}/{վ^2}$; 2) 240]
6. $R = 10\ սմ$ շառավղով սկավառակը պտտվում է անշարժ առանցքի շուրջը այնպես, որ սկավառակի շառավղի գծած անկյան կախվածությունը ժամանակից տրվում է հետևյալ հավասարմամբ. $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ $(B = 1\ {ռադ}/{վ}, C = 1\ {ռադ}/{վ^2}, D = 1\ {ռադ}/{վ^3}$): Որոշել շարժումը սկսելուց երկու

վարկյան անց սկավառակի եզրակետի 1) տանգեցիալ արագացումը; 2) նորմալ արագացումը; 3) լրիվ արագացումը: [$1.4\,{}^{մ}/_{վ^2}$, $28.9\,{}^{մ}/_{վ^2}$, $28.9\,{}^{մ}/_{վ^2}$]

Նյութական կետի դինամիկան:

Դինամիկան դասական մեխանիկայի այն բաժին է, որն ուսումնասիրում է մարմինների տարբեր շարժումներն առաջ բերող պատճառները: Դինամիկայի հիմքում ընկած են Նյուտոնի երեք օրենքները, որոնք հանդիսանում են բազմաթիվ փորձնական փաստերի ընդհանրացումների արդյունք:

Նյուտոնի առաջին օրենք: Հաշվարկի իներցիալ համակարգ:

Նյուտոնի առաջին օրենքը վերաբերվում է մարմնի դադարի կամ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վիճակին: Համաձայն այդ օրենքի գոյություն ունեն այնպիսի հաշվարկման համակարգեր, որոնցում մարմինը պահպանում է դադարի կամ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վիճակը, եթե նրա վրա այլ մարմիններ չեն ազդում կամ դրանց ազդեցությունները համակշռված են:

Մարմինը, որի վրա արտաքին ազդեցություններ չկան կամ դրանք համակշռված են, անվանում են ազատ կամ առանձնացված մարմին: Ազատ մարմնի՝ իր արագությունը հաստատուն պահելու երևույթն անվանում են իներցիա, իսկ նրա շարժումը՝շարժում իներցիայով:

Բայց ինչպես դադարը այնպես էլ շարժման բնույթը կախված է հաշվարկի համակարգից, որի նկատմամբ քննարկվում է տվյալ մարմնի շարժումը կամ դադարը: Օրինակ քննարկենք երկու հաշվարկի համակարգեր որոնք միմյանց նկատմամբ շարժվում են արագացումով: Եթե այդ հաշվարկի համակարգերից մեկի նկատմամբ մարմինը գտնվում է դադարի վիճակում կամ շարժվում է ուղղագիծ հավասարաչափ, ապա միևնույն պայմանների դեպքում մյուս համակարգի նկատմամբ նա կշարժվի արագացումով: Հետևաբար Նյուտոնի առաջին օրենքը չի կարող միաժամանակ տեղի ունենալ այդ երկու համակարգերում: Նյուտոնի առաջին օրենքը ձևակերպելիս անպայման պետք է նշել հաշվարկի համակարգը: Դասական մեխանիկան որպես պոստուլատ առաջարկում է , որ գոյություն ունի հաշվարկի համակարգ, որի նկատմամբ բոլոր ազատ մարմինները գտնվում են դադարի վիճակում շարժվում են ուղղագիծ և հավասարաչափ: Այդպիսի համակարգը կոչվում է հաշվարկի *իներցիալ համակարգ*: Իներցիայի օրենքի բովանդակությունը ըստ էության հանգում է այն պնդմանը, որ գոյություն ունի առնվազն մեկ հաշվարկի իներցիալ համակարգ: Իներցիալ համակարգեր կարելի է ընտրել միայն փորձնական ճանապարհով: Որպես իներցիալ համակարգ կարելի է դիտարկել Կոպեռնիկոսի կողմից առաջարկված Արևակենտրոն իներցիալ համակարգը: Դա իրենից ներկայացնում է մի կոորդինատական համակարգ, որի սկզբնակետը գտնվում է Արեգակնային համակարգի զանգվածների կենտրոնում, իսկ կոորդինատական առանցքները են ուղղված են երեք , մի հարթության մեջ չգտնվող, հեռավոր աստղեր: Բոլոր հաշվարկի համակարգերը, որոնք կշարժվեն Արևակենտրոն համակարգի նկատմամբ ուղղագիծ և հավասարաչափ կլինեն իներցիալ համակարգեր: Երկրի հետ կապված հաշվարկի համակարգի ոչ իներցիալությունը պայմանավորված է Երկրի պտույտով ինչպես Արեգակի շուրջը, այնպես էլ իր առանցքի շուրջը: Այդ երկու պտույտներն էլ դանդաղ են, հետևաբար մեծ թվով երևույթների համար Երկրի հետ կապված հաշվարկի համակարգը կարելի է ընդունել որպես իներցիալ համակարգ:

Իներտություն: Զանգված:

Նյուտոնի առաջին օրենքի համաձայն ազատ մարմինը շարժվում է իներցիայով, առանց արագացման: Մարմնի արագությունը փոխելու համար անհրաժեշտ է, որ նրա վրա լինի որոշակի ազդեցություն: Միևնույն ազդեցությունը տարբեր մարմինների արագությունները փոխում է տարբեր չափով: Բոլոր մարմինները այս կամ այլ չափով դիմադրում են իրենց շարժման փոփոխությանը: Մարմինների այդ հատկությունը կոչվում է իներտություն: Մարմինների իներտության հատկությունը քանակապես բնութագրվում է մարմնի զանգվածով: Որևէ մարմնի զանգված կարելի է որոշել համեմատելով այն հայտնի զանգվածով մարմնի հետ:

Ներմուծենք փակ կամ մեկուսացած համակարգի հասկացողությունը: Այդպիսի համակարգ կոչվում է այն մարմինների խումբը, որոնք փոխազդում են միայն իրար հետ և չեն փոխազդում համակարգից դուրս գտնվող մարմինների հետ: Քննարկենք երկու նյութական կետերից կազմված փակ համակարգ: Այդ նյութական կետերի փոխազդեցության հետևանքով նրանց արագությունները կփոխվեն: Դիցուկ 1 մարմնի արագության փոփոխությունը $\Delta\overrightarrow{V_1}$ է, իսկ 2 մարմինը՝ $\Delta\overrightarrow{V_2}$: Փորձը ցույց է տալիս, որ այդ արագության փոփոխությունները միշտ ունեն հակառակ նշաններ, այսինքն միմյանց հակառակ են ուղղված: Փորձը ցույց է տալիս նաև, որ նրանց հարաբերությունը կախված չէ ոչ փոխազդեցության ձևից, ոչ էլ ինտենսիվությունից: Նրանք առանձին –առանձին կարող են փոխվել կախված փոխազդեցության ինտենսիվությունից, բայց նրանց հարաբերությունը միշտ կմնա հաստատուն, տվյալ համակարգի մարմինների համար: Ընդ որում$\left|\Delta\overrightarrow{V_1}\right|$ –ից և $\left|\Delta\overrightarrow{V_2}\right|$ -ից այն է փոքր, որը ավելի իներտ է, այսինքն ունի մեծ զանգված: Այսինքն արագության փոփոխությունը հակադարձ համեմատական է զանգվածին: Եթե 1 և 2 մարմինների զանգվածները նշանակենք համապատասխանաբար m_1 և m_2 , ապա կարող ենք գրել.

$$\frac{\left|\Delta\overrightarrow{V_1}\right|}{\left|\Delta\overrightarrow{V_2}\right|}=\frac{m_2}{m_1}$$

Եթե նկատի ունենանք, որ $\Delta\overrightarrow{V_1}$ և $\Delta\overrightarrow{V_2}$ ուղղված են միմյանց հակադիր, ապա.

$$m_1\Delta\overrightarrow{V_1}=-m_2\,\Delta\overrightarrow{V_2} \qquad (1)$$

Այս առնչությունից կարող ենք որոշել մարմիններից մեկի զանգվածը, եթե հայտնի լինի մյուսի զանգվածը: Վերջին արտահայտությունը կարող ենք ձևափոխել: Հավասարության երկու մասն էլ բաժանենք մասնիկների փոխազդեցության Δt ժամանակի վրա, կստանանք.

$$m_1\overrightarrow{a_1}=-m_2\,\overrightarrow{a_2}$$

Հետևաբար որևէ մարմնի զանգվածը կարող ենք որոշել այն համեմատելով մյուս մարմնի՝ էտալոնի զանգվածի հետ՝ չափելով այդ մարմինների արագացումները: Եթե փակ համակարգի մեջ մտնող 1 և 2 նյութական կետերի արագությունները մինչև փոխազդելը նշանակենք $\overrightarrow{V_1}$ և $\overrightarrow{V_2}$ -ով, իսկ փոխազդեցությունից հետո $\overrightarrow{V_1'}$ և $\overrightarrow{V_2'}$ ապա կարող ենք գրել.

$$\Delta\overrightarrow{V_1}=\overrightarrow{V_1'}-\overrightarrow{V_1},\ \ \Delta\overrightarrow{V_2}=\overrightarrow{V_2'}-\overrightarrow{V_2}$$

Նկատի ունենալով $\Delta\overrightarrow{V_1}$ –ի և $\Delta\overrightarrow{V_2}$ -ի այս արտահայտությունները (1) հավասարումը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով.

$$m_1\overrightarrow{V_1}+m_2\overrightarrow{V_2}=m_1\overrightarrow{V_1'}+m_2\overrightarrow{V_2'}$$

Նյութական կետի զանգվածի և արագության արտադրյալը կոչվում է նյութական կետի իմպուլս.

$$\vec{p}=m\vec{V}$$

Համակարգի իմպուլս կոչվում է այդ համակարգը կազմող մարմինների իմպուլսների երկրաչափական գումարը: Մեր դեպքում համակարգի իմպուլսը մինչև փոխազդելը կլինի.

$$\vec{p}=m_1\overrightarrow{V_1}+m_2\overrightarrow{V_2}$$

իսկ փոխազդելուց հետո .

$$\overrightarrow{p'}=m_1\overrightarrow{V_1'}+m_2\overrightarrow{V_2'}$$

Հետևաբար ստացանք.

$$\vec{p} = \overrightarrow{p^{`}}:$$

Այսպիսով փակ համակարգ կազմող մարմինների իմպուլսների երկրաչափական գումարը մնում է հաստատուն այդ համակարգի մարմինների ցանկացած փոխազդեցության դեպքում, որն էլ ներկայացնում է իմպուլսի պահպանման օրենքը:

Նյուտոնի երկրորդ օրենք:

Ըստ Նյուտոնի առաջին օրենքի մեկուսացված նյութական կետը պահպանում է իր արագության և մեծությունը և ուղղությունը: Եթե նյութական կետը ազատ չէ, ապա նրա վրա կազդեն շրջապատող մարմինները: Այդ մարմինների ազդեցությունը առաջ կբերի նյութական կետի արագության և հետևաբար իմպուլսի փոփոխություն: Հետևաբար շրջապատող մարմինների որպես ազդեցության չափանիշ կարելի է ընդունել իմպուլսի փոփոխության արագությունը.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}:$$

Դասական մեխանիկայի հիմնական ընդհանրացումներից մեկը կայանում է նրանում, որ իմպուլսի փոփոխությունը որոշվում է նյութական կետի դիրքով շրջապատող առարկաների նկատմամբ և նրա արագությամբ: Այսինքն այն ֆունկցիա է $\vec{r}$ շառավիղ վեկտորից և նյութական կետի $\vec{V}$ արագությունից: Եթե այդ ֆունկցիան նշանակենք $\vec{F}(\vec{r},\vec{V})$, ապա կարող ենք գրել.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Ուսումնասիրվող մարմնի վրա այլ մարմինների ազդեցությունը բնութագրող ֆիզիկական մեծությունն անվանում են ուժ: Ուժը վեկտորական մեծություն է, քանի որ այն ստացվում է իմպուլսի ածանցումից ըստ ժամանակի: Այսպիսով ՝ նյութական կետի իմպուլսի ածանցյալը ըստ ժամանակի հավասար է նրա վրա ազդող ուժին: Հենց սա էլ հանդիսանում է Նյուտոնի երկրորդ օրենքը: Ոչ ռելյատիվիստիկ արագությունների դեպքում զանգվածը կարելի է համարել հաստատուն և Նյուտոնի երկրորդ օրենքը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով.

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}\,, m\vec{a} = \vec{F}\ :$$

Եթե նյութական կետի վրա ազդում են մի քանի ուժեր, ապա Նյուտոնի երկրորդ օրենքը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}:$$

Նյուտոնի երկրորդ օրենքի բովանդակությունը կայանում է նրանում, որ ուժը ֆունկցիա է նյութական կետի կոորդինատից և արագությունից:

Դինամիկայի տարբեր խնդիրների քննարկումը հանգում է երկու խնդրի լուծման.

1.Տվյալ մարմնի շարժման օրենքից հաշվել մարմնի վրա ազդող ուժը:

2.Ունենալով մարմնի վրա ազդող ուժը ստանալ մարմնի շարժման օրենքը:

Ինչպես երևում է Նյուտոնի երկրորդ օրենքից, եթե $\vec{F} = 0$, ապա $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ և հետևաբար $\vec{p} = const$ նաև $\vec{V} = const$: Կարծեք թե Նյուտոնի առաջին օրենքը բխում է երկրորդ օրենքից: Սակայն այն ինքնուրույն օրենք է: Նյուտոնի երկրորդ օրենքը իմաստ ունի միայն հաշվարկման իներցիալ համակարգերում, իսկ իներցիալ համակարգերի գոյությունը հաստատում է Նյուտոնի առաջին օրենքը:

Նյուտոնի երրորդ օրենքը:

Ենթադրենք ունենք երկու նյութական կետերից կազմված փակ համակարգ: Այդպիսի համակարգում տեղի ունի իմպուլսի պահպանման օրենքը.

$$\vec{p_1} + \vec{p_2} = \text{const}$$

Հավասարության երկու կողմը ածանցելով ըստ ժամանակի կստանանք.

$$\dot{\vec{p_1}} + \dot{\vec{p_2}} = 0$$

Նկատի ունենալով Նյուտոնի երկրորդ օրենքը կարող ենք գրել.

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2},$$

որտեղ $\vec{F_1}$ –ը և $\vec{F_2}$ -ը այն ուժերն են որոնցով ազդում են միմյանց վրա համակարգը կազմող նյութական կետերը: Այս հավասարությունն արտահայտում է Նյուտոնի երրորդ օրենքը: Մարմինները փոխազդում են մեծությամբ հավասար , ուղղությամբ հակադիր ուժերով, որոնք նույն բնույթի են:

Նյուտոնի երրորդ օրենքը մենք ձևակերպեցինք երկու նյութական կետերից կազմված փակ համակարգի համար: Նշենք, որ այն ճիշտ է ցանկացած թվով նյութական կետերից կազմված համակարգի դեպքում ևս: Այդ դեպքում փոխազդեցությունները հանգում են զույգերով փոխազդեցությունների: Օրինակ համակարգի i–երորդ և k -երորդ մասնիկների համար կարող ենք գրել.

$$\overrightarrow{F_{ik}} = -\overrightarrow{F_{ki}}$$

Եթե համակարգը փակ չէ, ապա համակարգի մասնիկների վրա ազդող ուժերը կարող ենք բաժանել ներքին և արտաքին ուժերի: Ներքին ուժերը դրանք համակարգը կազմող մասնիկների միջև փոխազդեցության ուժերն են: Իսկ արտաքին ուժերը դրանք այն ուժերն են որով համակարգի նյութական կետերի վրա ազդում են արտաքին մարմինները: Քանի որ ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի

$$\overrightarrow{F_{ik}} = -\overrightarrow{F_{ki}}, \qquad \overrightarrow{F_{ik}} + \overrightarrow{F_{ki}} = 0$$

ապա համակարգի ներսում գործող բոլոր ներքին ուժերի երկրաչափական գումարը կլինի զրո. $\overrightarrow{F_1^{(ն)}} + \overrightarrow{F_2^{(ն)}} + \cdots + \overrightarrow{F_n^{(ն)}} = 0$

Համակարգի յուրաքանչյուր նյութական կետի վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորը նշանակենք $\overrightarrow{F_i^{(ա)}}$ –ով: Ապա յուրաքանչյուր մասնիկի համար Նյուտոնի երկրորդ օրենքը գրելով կստանանք.

$$\frac{d\overrightarrow{p_1}}{dt} = \overrightarrow{F_1^{(ն)}} + \overrightarrow{F_1^{(ա)}}$$

$$\frac{d\overrightarrow{p_2}}{dt} = \overrightarrow{F_2^{(ն)}} + \overrightarrow{F_2^{(ա)}}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Գումարելով այս հավասարումները և նկատի ունենալով, որ բոլոր ներքին ուժերի գումարը հավասար է զրոյի կստանանք.

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \cdots + \overrightarrow{p_n}) = \overrightarrow{F_1^{(ա)}} + \overrightarrow{F_2^{(ա)}} + \cdots + \overrightarrow{F_n^{(ա)}}$$

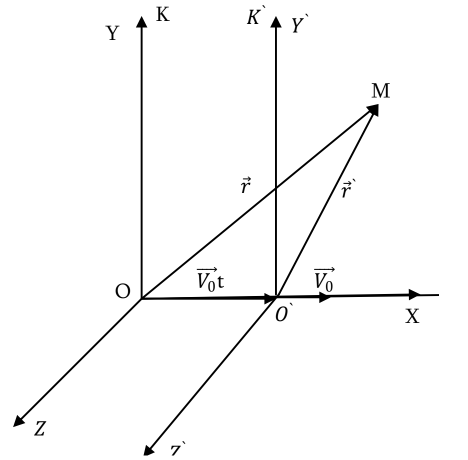
Կամ $\frac{d\vec{p}}{dt} = \overrightarrow{F^{(ա)}}$, որտեղ $\vec{p}$ ամբողջ համակարգի գումար իմպուլսն է, իսկ $\overrightarrow{F^{(ա)}}$ ամբողջ արտաքին ուժերի համազորը: Այսպիսով նյութական կետերից կազմված համակարգի գումար իմպուլսի ածանցիալը ըստ ժամանակի հավասար է համակարգի բոլոր մասնիկների վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորին:

Եթե համակարգը փակ է, ապա $\overrightarrow{F^{(ա)}} = 0$ և կստանանք. $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$

Այստեղից բխում է, որ $\vec{p} = const$, այսինքն նյութական կետերի փակ համակարգի գումար իմպուլսը պահպանվում է:

Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքը:

Ենթադրենք տրված է նյութական կետի շարժումը նկարագրող հավասարումը որևէ համակարգում, ինչպես գտնել այդ կետի շարժման հավասարումը մյուս համակարգում:



Քննարկենք երկու հաշվարկի համակարգեր K և $K^{`}$ , որոնք միմյանց նկատմամբ շարժվում են $\overrightarrow{V_0}$ հաստատուն արագությամբ: Համակարգերից $K$ –ն ընդունենք իներցիալ (անշարժ), իսկ $K^{`}$ –ը K –ի նկատմամբ շարժվում է $\overrightarrow{V_0}$ հաստատուն արագությամբ: Այսինքն խնդիրը հանգում է գտնել շարժվող կետի $x^{`}, y^{`}, z^{`}$ ($K^{`}$ համակարգում) կոորդինատների կապը x, y, z (K համակարգում) կոորդինատների հետ ժամանակի միևնույն պահին: Պարզության համար ընդունենք $K^{`}$համակարգի $x^{`}, y^{`}, z^{`}$ կոորդինատական առանցքները զուգահեռ են K համակարգի համապատասխան առանցքներին և ժամանակի $t = 0$ պահին $O^{`}$ սկզբնակետը համընկնում է O–ի հետ: Բացի դրանից $\overrightarrow{V_0}$–ն համընկնում է x առանցքի հետ:

Դիցուկ ժամանակի t պահին կետը գտնվում է M կետում: Ապա կարող ենք գրել .

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO^{`}} + \overrightarrow{O^{`}M}$$

Պարզ է t ժամանակի ընթացքում $K^{`}$ համակարգի սկզբնակետը O կետից կտեղափոխվի $O^{`}$ կետը `$\overrightarrow{OO^{`}} = \overrightarrow{V_0}t$, ապա կարող ենք գրել.

$$\vec{r} = \overrightarrow{r^{`}} + \overrightarrow{V_0}t^{`}, \quad t = t^{`}$$

Որտեղ $\vec{r}$ –ը և $\overrightarrow{r^{`}}$-ը համապատասխանաբար շարժվող M կետի շառավիղ վեկտորներն են $K$ և $K^{`}$ համակարգերում: Վերջին արտահայտությունը գրենք պրոյեկցիաներով կոորդինատական առանցքների վրա.

$x = x^{`} + V_0 t\,, y = y^{`}, z = z^{`}, t = t^{`}$ (ուղիղ ձևափոխության)

Իսկ հակառակ ձևափոխության բանաձևերը կլինեն.

$$\overrightarrow{r^{`}} = \vec{r} - \overrightarrow{V_0}t, \qquad t^{`} = t$$

կամ պրոյեկցիաներով.

$$x^{`} = x - V_0 t\,, y^{`} = y, z^{`} = z, t^{`} = t$$

Այս բանաձևերը կոչվում են Գալիլեյի ձևափոխություններ: Այս ձևափոխությունները ճիշտ են երբ $V_o \ll C$, որի դեպքում ժամանակը բացարձակ է:

Գալիլեյի ձևափոխությունները ածանցելով ըստ ժամանակի մենք կստանանք M կետի շարժման արագությունների կապը K և $K^{`}$ համակարգերում:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{r^{`}}}{dt} + \overrightarrow{V_0} \quad \text{կամ} \quad \vec{V} = \overrightarrow{V^{`}} + \overrightarrow{V_o}$$

Պրոյեկցիաներով կարող ենք գրել.

$$V_x = V_x^{`} + V_o\,, V_y = V_y^{`}\,,\ V_z = V_z^{`}\ :$$

Այս բանաձևերը ներկայցնում են արագությունների գումարման ոչ ռելյատիվիստիկ օրենքը:

Արագությունների գումարման բանաձևը ևս ածանցենք ըստ ժամանակի.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{V^{`}}}{dt} \quad \left(\overrightarrow{V_0} \text{ -ն հաստատուն է } \frac{d\overrightarrow{V_0}}{dt} = 0 \right)$$

Կամ $\vec{a} = \overrightarrow{a^{`}}$

Ստացանք, որ արագացումը երկու համակարգերում էլ նույնն է: Այսինքն արագացումը ինվարիանտ է Գալիլեյի ձևափոխությունների նկատմամբ:

Այստեղից հետևում է, որ եթե համակարգերից մեկը իներցիալ է (այսինքն ազատ մարմնի համար $\vec{a} = 0$), ապա մյուսն էլ կլինի իներցիալ: Այսպիսով իներցիալ համակարգի նկատմամբ ուղղագիծ և հավասարաչափ շարժվող բոլոր համակարգերն էլ կլինեն իներցիալ: Քանի որ մարմնի շարժման արագացումը բոլոր իներցիալ համակարգերում միևնույն է, ապա Նյուտոնի երկրորդ օրենքից բխում է, որ այդ արագացում հաղորդող ուժն էլ պետք է նույնը լինի բոլոր իներցիալ համակարգերում: Մյուս կողմից ուժը ֆունկցիա է միայն ինվարիանտ մեծություններից `փոխազդող նյութական կետերի կոորդինատների տարբերությունից և արագությունների տարբերությունից: Հետևաբար ուժը պետք է ինվարիանտ լինի Գալիլեյի ձևափոխությունների նկատմամբ: Քանի որ և արագացումը և ուժը ինվարիանտ են Գալիլեյի ձևափոխությունների նկատմամբ, ապա դինամիկայի հավասարումը (Նյուտոնի երկրորդ օրենքը) նույնպես ինվարիանտ է Գալիլեյի ձևափոխությունների նկատմամբ: Հենց այս պնդումը հանդիսանում է Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքը:

Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքը պնդում է հաշվարկի բոլոր իներցիալ համակարգերի իրավահավասարությունը: Բայց դա չի նշանակում որ որևէ շարժում բոլոր իներցիալ համակարգերում ընթանում է միանման: Օրինակ ուղղագիծ և հավասարաչափ շարժվող վագոնում ձեռքից ընկած առարկան շարժվում է ուղղագիծ վագոնի նկատմամբ: Բայց այդ նույն առարկան կշարժվի պարաբոլով ռելսերի հետ կապված համակարգի նկատմամբ, չնայած նրանք իներցիալ են և Նյուտոնի երկրորդ օրենքը միանման է այդ երկու համակարգերում էլ: Շարժումները տարբեր են, որովհետև Նյուտոնի երկրորդ օրենքն արտահայտող հավասարումը դիֆերենցիալ հավասարում է: Շարժման բնույթը լրիվ որոշելու համար անհրաժեշտ է տալ սկզբնական պայմանները՝ մարմնի սկզբնական դիրքն ու սկզբնական արագությունը: Մեր բերած օրինակում շարժման հավասարումը միևնույն է երկու համակարգերում, բայց տարբեր են սկզբնական պայմանները: Վագոնի նկատմամբ մարմնի սկզբնական արագությունը զրո է, իսկ գետնի նկատմամբ ունի հորիզոնական ուղղված սկզբնական արագություն:

Ինվարիանտությունը վերաբերվում է ոչ միայն Նյուտոնի երկրորդ օրենքին, այլ նաև բնության բոլոր օրենքներին:

Ուժի իմպուլս:

Ենթադրենք ունենք նյութական կետերից կազմված համակարգ: Այդ համակարգի իմպուլսի փոփոխության արագությունը.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \overrightarrow{F^{(ա)}},$$

որտեղ $\vec{p}$ –ն ամբողջ համակարգի իմպուլսն է, իսկ $\overrightarrow{F^{(ա)}}$ –ն համակարգի վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորը: Ներքին ուժերի գումարը զրո է : Եթե արտաքին ուժերի համազորը հաստատուն է, ապա կարող ենք գրել.

$$\vec{p} - \overrightarrow{p_o} = \overrightarrow{F^{(ա)}}(t - t_0),$$

որտեղ $\vec{p}$ -ն և $\overrightarrow{p_o}$ -ն համակարգի իմպուլսներն են ժամանակի t և t_0 պահերին: Ուժի և նրա ազդման ժամանակի արտադրյալը կոչվում է ուժի իմպուլս: Վերջին արտահայտությունից բխում է , որ համակարգի կամ նյութական կետի իմպուլսի փոփոխությունը հավասար է համակարգի վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորի ինպուլսին: Այս արդյունքը ստացանք ընդունելով $\overrightarrow{F^{(ա)}} = const$: Նույն արդյունքին կհանգենք , եթե ուժը փոխվի ժամանակի ընթացքում: Այդ դեպքում ժամանակի $(t - t_0)$ միջակայքը կարող ենք բաժանել փոքր$(t_1 - t_0), (t_2 - t_1), \dots (t - t_{n-1})$ այնպիսի մասերի, որոնց ընթաքցքում համակարգի վրա ազդող ուժը կարելի լինի ընդունել հաստատուն: Այդ միջակայքերի համար կարող ենք գրել.

$$\overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p_0} = \overrightarrow{F_1^{(ա)}}(t_1 - t_0)$$

$$\overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_1} = \overrightarrow{F_2^{(ա)}}(t_2 - t_1)$$

……………………….

$$\overrightarrow{p\ \ } - \overrightarrow{p_{n-1}} = \overrightarrow{F_1^{(ա)}}(t \quad - t_{n-1})$$

որտեղ $\overrightarrow{F_1^{(ա)}}, \overrightarrow{F_2^{(ա)}} \dots, \overrightarrow{F_n^{(ա)}}$ այդ միջակայքերում համակարգի վրա ազդող ուժերն են, իսկ $\overrightarrow{p_1}, \overrightarrow{p_2}, \dots . \overrightarrow{p_{n-1}}$–ը համակարգի իմպուլսները ժամանակի $t_1, t_2, \dots t_{n-1}$ պահերին: Վերջին հավասարումների համակարգը գումարելով կստանանք.

$$\vec{p} - \overrightarrow{p_0} = \sum_i \overrightarrow{F_i^{(ա)}} \Delta t_i$$

որտեղ $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$: Այս հավասարման ճշտությունը կախված է Δt_i միջակայքի մեծությունից: Այդ ճշտությունը կմեծանա, երբ $\Delta t_i \to 0$, ապա կունենանք.

$$\vec{p} - \overrightarrow{p_0} = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_i \overrightarrow{F_i^{(ա)}} \Delta t_i = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\,(\tau)^{(ա)} d\tau$$

Այսինքն .

$$\vec{p} - \overrightarrow{p_0} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\,(\tau)^{(ա)} d\tau$$

Աջ մասի ինտեգրալը կոչվում է $F^{(ա)}$ ուժի իմպուլս t_0–ից մինչև t ժամանակահատվածում:

Այսպիսով նյութական կետերի համակարգի իմպուլսի փոփոխությունը հավասար է համակարգի վրա ազդող բոլոր արտաքին ուժերի համազորի իմպուլսին: Ներքին ուժեր չեն կարող փոխել համակարգի լրիվ իմպուլսը:

Ստուգողական հարցեր:

• Ո՞ր հաշվարկման համակարգերն են կոչվում իներցիալ: Ինչու՞ Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգերը ոչ իներցիալ են:

• Ի՞նչ է ուժը: Ինչպե՞ս կարելի է նրան բնութագրել:

• Հանդիսանում է արդյո՞ք Նյուտոնի առաջին օրենքը Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հետևանք: Ինչու՞:

• Փոխազդեցության ժամանակ առաջացող ուժերը կարող են արդյո՞ք իրար համակշռել:

• Ո՞րն է իմպուլսի պահպանման օրենքը: Ինչպիսի՞ համակարգերում է այն գործում:

• Ո՞ր պնդումն է հանդիսանում է Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքը:

• Ի՞նչ է նշանակում արագացումը ինվարիանտ է Գալիլեյի ձևափոխությունների նկատմամբ:

Խնդիրներ:

1. Հորիզոնի հետ 30^0 անկյուն կազմող թեք հարթությամբ սահում է մարմինը: Որոշել մարմնի արագությունը շարժումը սկսելուց երեք վարկյան անց, երե թեք հարթության հետ շփման գործակիցը հավասար է 0.15: [$10.9^{մ}/_{վ}$]
2. Երկու թեք հարթությունների, որոնք հորզոնի հետ կազմում են $\alpha = 30^0$ և $\beta = 45^0$ անկյուններ , գագաթին ամրացված է ճախարակ: Ճախարակին գցված թելի ծայրերին ամրացված են $m_1 = m_2 = 2\,կգ$ զանգվածներով բեռներ: Բեռների թեք հարթությունների հետ շփման գործակիցները իրար հավասար են՝$\mu_1 = \mu_2 = 0.1$: Որոշել 1) արագացումը որով կշարժվեն բեռները; 2) բեռները միացնող թելի լարման ուժը: Ճախարակի և թելերի զանգվածները, շփումը ճախարակի առանցքում անտեսել: [$0.24^{մ}/_{վ^2}$, $12\,Ն$]

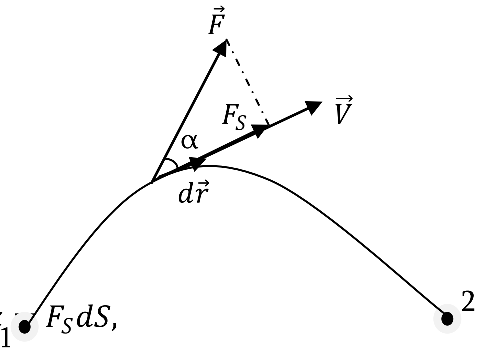
3. Երկաթուղային հարթակի վրա տեղադրված հրանոթից կրակում են հորիզոնի նկատմամբ $\beta = 45^0$ անկյան տակ: Հարթակի զանգվածը հրանոթի հետ

միասին կազմում է $M = 2.10^4\,կգ$, իսկ արկի զանգվածը՝ $m = 10\,կգ$: Հարթակի գետնի հետ շփման գործակիցը՝ $\mu = 0.002$: Որոշել արկի արագությունը, եթե կրակոցից հետո հարթակը հետ է գնացել s =3մ: [$970 մ/վ$]

Աշխատանք և հզորություն:

Եթե $\vec{F}$ ուժի ազդեցության տակ մարմինը կատարել է $d\vec{r}$ տեղափոխություն, ապա այդ ուժի և տեղափոխության սկալյար արտադրյալը կոչվում է աշխատանք.

$$dA = \vec{F}d\vec{r}$$



Էլեմենտար աշխատանքի արտահայտությունը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով.

$$dA = Fdrcos\alpha = FdScos\alpha = F_S dS,$$

որտեղ α –ն ուժի և տեղափոխության միջև կազմված անկյունն է, $|d\vec{r}| = dS$ – տարրական ճանապարհն է, իսկ F_S–ը ուժի պրոյեկցիան է տեղափոխության ուղղության վրա: Կամայական հետագծով վերջավոր տեղափոխության վրա աշխատանքը հաշվելու համար, ամբողջ ճանապարհը կարելի է մասնատել անսահման փոքր տարրերի, այնպես, որ տարրերում ուժը կարելի լինի ընդունել հաստատուն: Ընդհանուր աշխատանքը կլինի այդ էլեմենտար աշխատանքների գումարը.

$$A = \int_L FdScos\alpha = \int_L F_S dS,$$

Այս ինտեգրալը կներկայացնի կորագիծ ինտեգրալ հետագծի երկայնքով, որը կտա $\vec{F}$ ուժի կատարած ամբողջ աշխատանքը L կորի երկայնքով:

Եթե մարմինը շարժվում է ուղիղ գծով, $F = const$ և $\alpha = const$, ապա

$A = \int_L FdScos\alpha = Fcos\alpha\int_L dS = FScos\alpha,$ որտեղ S-ը մարմնի անցած ճանապարհն է:

Եթե մարմնի վրա ազդող ուժը իրենից ներկայացնում է երկու կամ մի քանի ուժերի գումար՝ օրինակ.

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2},$$

ապա պրոյեկտելով այս վեկտորական հավասարումը էլեմենտար $d\vec{r}$ տեղափոխության ուղղության վրա կստանանք.

$$F_S = F_{1S} + F_{2S}$$

Հավասարության երկու կողմն էլ բազմապատկելով dS –ով, կստանանք

$$F_S dS = F_{1S} dS + F_{2S} dS$$

կամ $$dA = dA_1 + dA_2$$

Այսպիսով ստացանք, որ երկու կամ մի քանի ուժերի համազորի աշխատանքը հավասար է այդ ուժերի աշխատանքների գումարին: Այս հետևությունը ճիշտ է նաև վեջավոր տեղափոխությունների դեպքում:

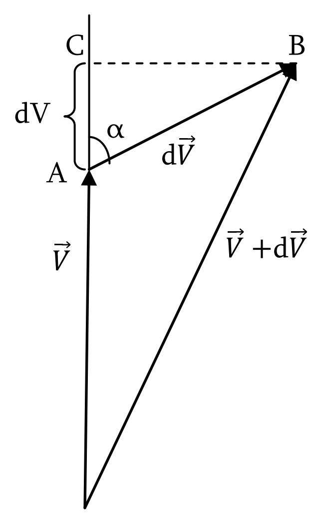
Որպեսզի բնութագրվի աշխատանքի կատարման արագությունը ներմուծվում է հզորության հասկացությունը: Եթե dt ժամանակամիջոցում ուժը կատարել է dA աշխատանք, ապա հզորությունը՝ $N = \frac{dA}{at}$

Նկատի ունենալով, որ $dA = \vec{F}d\vec{r}$, $\vec{F}$ ուժի զարգացրած հզորությունը տվյալ պահին կվորոշվի. $N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\,\vec{V}$:

Այսինքն ակընթարթային հզորությունը հավասար է ուժի և արագության սկալյար արտադրյալին:

Կինետիկ էներգիա:

Մեխանիկական համակարգի կինետիկ էներգիան դա համակարգի շարժմամբ պայմանավորված էներգիան է: Երբ անշարժ մարմնի վրա ազդում է ուժ, այն առաջ է բերում մարմնի շարժում և կատարում է աշխատանք, որի արդյունքում աճում է շարժվող մարմնի էներգիան: Ստանանք մարմնի վրա ազդող ուժի կատարած աշխատանքի և մարմնի շարժմամբ պայմանավորված էներգիայի՝ կինետիկ էներգիայի փոփոխության կապը:



Նախ քննարկենք մեկ նյութական կետի շարժումը: Նրա տեղափոխման ժամանակ $\vec{F}$ ուժի կատարված աշխատանքը ինչպես տեսանք կարելի է հաշվել հետևյալ ինտեգրալով.

$$A = \int_L \vec{F} d\vec{r} :$$

Այս արտահայտության մեջ $\vec{F}$ և $d\vec{r}$ -ը փոխարինենք իրենց համարժեք արտահայտություններով.

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ (ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի) և $d\vec{r} = \vec{V}dt$, կունենանք.

$$A = \int \vec{V}\, d\vec{P}$$

Վեկտորական արտահայտությունից անցնենք սկալյար արտահայտության: Քանի որ, $\vec{p} = m\vec{V}$, ապա.

$$\vec{V}d\vec{P} = m\vec{V}d\vec{V}$$

Ընդհանուր դեպքում արագության $\vec{V}$ վեկտորը և նրա աճի $d\vec{V}$ վեկտորները չեն համընկնում (տես գծագիրը):

Վեկտորների սկալյար արտադրյալից կարող ենք գրել.

$$\vec{V^2} = \vec{V}\vec{V} = VVcos\alpha = V^2, \ (\alpha = 0)$$

Այսինքն՝ $\vec{V^2} = V^2$

Հավասարության երկու կողմը դիֆերենցելով կստանանք. $\vec{V}d\vec{V} = VdV$:

dV-ն արագության վեկտորի մեծության փոփոխությունն է: Ընդհանուր դեպքում $dV \neq |d\vec{V}|$:

Գծագրից երևում է, որ $\vec{V}d\vec{V} = VABcos\alpha = VAC = VdV$, որտեղ $\overrightarrow{AB} = d\vec{V}$, իսկ $AC = dV$: Նկատի ունենալով վերջին առընչությունը, աշխատանքի համար կարող ենք գրել.

$$A_{1.2} = m\int_{V_1}^{V_2} VdV = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2},$$

որտեղ V_1 –ը նյութական կետի սկզբնական, իսկ V_2 –ը վերջնական արագություններն են, իսկ $A_{1.2}$–ը 1 կետից 2 կետ տեղափոխման աշխատանքը:

$K = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ մեծությունը կոչվում է կինետիկ էներգիա: Կարող ենք գրել .

$$A_{1.2} = K_2 - K_1$$

Այսինքն նյութական կետի վրա ազդող համազոր ուժի աշխատանքը հավասար է նրա կինետիկ էներգիայի փոփոխությանը:

Ստացված արդյունքը ճիշտ է նաև նյութական կետերի ցանկացած համակարգի համար: Նյութական կետերի համակարգի կինետիկ էներգիան հավասար է այդ նյութական կետերի կինետիկ էներգիաների գումարին: Այդ դեպքում աշխատանքի մեջ մտնում է ինչպես արտաքին , այնպես էլ ներքին ուժերի աշխատանքը: Այստեղ անհրաժեշտ է նշել, որ ներքին ուժերը չեն կարող փոխել համակարգի իմպուլսը, այնինչ ներքին ուժերի աշխատանքը, եթե զրո չէ, նրանք կարող են փոխել համակարգի կինետիկ էներգիան: Իրոք, եթե ունենք երկու նյութական կետերից կազմված փակ համակարգ, որոնք միմյանց ձգում են $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերով: Եթե այդ ուժերի ազդեցության տակ կետերը մոտենան միմյանց, ապա այդ ուժերը կկատարեն դրական աշխատանքներ, գումար աշխատանքը նույնպես կլինի դրական: Հետևաբար այդ համակարգի կինետիկ էներգիան կաճի:

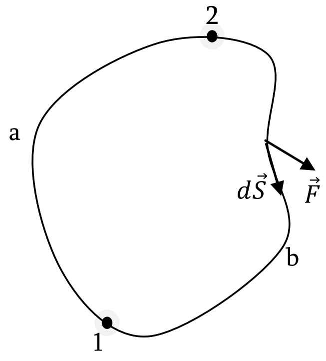
Այսպիսով համակարգի կինետիկ էներգիայի աճը պայմանավորված է ինչպես արտաքին այնպես էլ ներքին ուժերով:

Ուժային դաշտ:

Եթե տարածության մեջ մարմնի վրա յուրաքանչյուր կետում միշտ ազդում է այլ մարմին (ուժ), ապա ասում են, որ մարմինը գտնվում է ուժային դաշտում: Եթե դաշտի յուրաքանչյուր կետում մարմնի վրա ազդող ուժը հաստատուն է ($\vec{F} = const$), ապա այդպիսի դաշտը կոչվում է համասեռ: Եթե դաշտը ժամանակի ընթացքում չի փոխվում, ապա դաշտը կոչվում է ստացիոնար: Եթե դաշտում գտնվող մարմնի վրա ազդող ուժը միշտ ուղղված է դեպի միևնույն կետը և նրա մեծությունը կախված է միայն մինչև այդ կետը ունեցած հեռավորությունից , ապա այդպիսի դաշտը կոչվում է կենտրոնական դաշտ, իսկ ուժը կենտրոնական ուժ: Իսկ այն կետը, դեպի որը միշտ ուղղված է ուժը կոչվում է ուժային կենտրոն:

Մեխանիկայում հանդիպող ուժերը բաժանվում են կոնսերվատիվ և ոչ կոնսերվատիվ ուժերի: Ուժը կոչվում է կոնսերվատիվ, եթե նրա կատարած աշխատանքը կախված է միայն մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերից և կախված չէ հետագծի ձևից: Կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքի հետագծի ձևից անկախությունից հետևում է, որ այդ ուժերի կատարած աշխատանքը փակ հետագծով զրո է: Ցանկացած փակ հետագիծ կարելի է բաժանել երկու մասի $1a2$ և $2b1$: Ընդհանուր աշխատանքը կլինի. $A = A_{1a2} + A_{2b1}$

Ցույց տանք, որ $A_{2b1} = -A_{1b2}$: Քննարկենք հետագծի $d\vec{S}$տարրը: Քանի որ կոնսերվատիվ ուժադաշտում ուժը կախված է միայն մարմնի դիրքից (կոորդինատից) և կախված չէ մարմնի արագությունից, այսինքն շարժման ուղղությունից, ապա մի ուղղությամբ շարժվելիս $dA = \vec{F}d\vec{S}$, հակառակ ուղղությամբ $dA^{'} = \vec{F}d\vec{S}^{'}$: Քանի որ $d\vec{S^{'}} = -d\vec{S}$, ապա $dA - -dA^{'}$: Այսինքն՝ $A_{2b1} = -A_{1b2}$: Ամբողջ աշխատանքը կլինի. $A = A_{1a2} + A_{2b1}$, $A = A_{1a2} - A_{1b2}$



Քանի որ կոնսերվատիվ ուժային դաշտում աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից, ապա $A_{1a2} = A_{1b2}$: Հետևաբար $A = 0$:

Այսպիսի դաշտերը կոչվում են պոտենցիալային դաշտեր:

Այսպիսով կոնսերվատիվ ուժերը բնութագրվում են երկու հատկանիշներով.

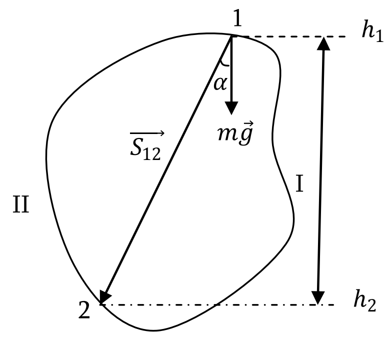
Ա. ուժեր որոնց կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից:

Բ. ուժեր, որոնց կատարած աշխատանքը փակ հետագծի վրա հավասար է զրոյի:

Նշված հատկությամբ չօժտված բոլոր ուժերը կոչվում են ոչ կոնսերվատիվ: Ոչ կոնսերվատիվ ուժերի թվին են պատկանում այսպես կոչված դիսիպատիվ ուժերը: Դիսիպատիվ ուժերն այն ուժերն են, որոնք առաջ են բերում էներգիայի կորուստներ:

Քննարկենք կոնսերվատիվ և ոչ կոնսերվատիվ ուժերի մի քանի օրինակներ:

1. Ցույց տանք, որ ծանրության ուժը կոնսերվատիվ է: Ծանրության ուժը երկրամերձ տիրույթի ցանկացած կետում ունի միևնույն ուղղությունը և մեծությունը: Դիցուկ մարմինը 1կետից տեղափոխվել է 2 կետ կամայական հետագծով (I կամ II) : Երկու դեպքում էլ տեղափոխությունը նույն է՝$\overrightarrow{S_{12}}$: Քանի որ ուժը հաստատուն է, ապա կատարված աշխատանքը կլինի.



$$A_{12} = m\vec{g}\overrightarrow{S_{12}} = mg\left|\overrightarrow{S_{12}}\right|cos\alpha :$$

Պարզ է որ, $\left|\overrightarrow{S_{12}}\right|cos\alpha = h_1 - h_2$,որտեղ h_1 –ը և h_2 -ը մարմնի գտնված դիրքերի (1 և 2) բարձրություններն են ինչ որ մակարդակից հաշված, ճանապարհի սկզբում և վերջում: Հետևաբար.

$$A_{12} = mg(h_1 - h_2\ )$$

Այսպիսով ստացանք, որ ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից՝ այսինքն կոնսերվատիվ է:

2. Քննարկենք կենտրոնական ուժային դաշտում մարմնի տեղափոխման աշխատանքը: Այդպիսի ուժի օրինակ է հանդիսանում գրավիտացիոն ուժը, Կուլոնյան փոխազդեցության ուժը և այլն: Տարրական աշխատանքի սահմանումից գիտենք, որ

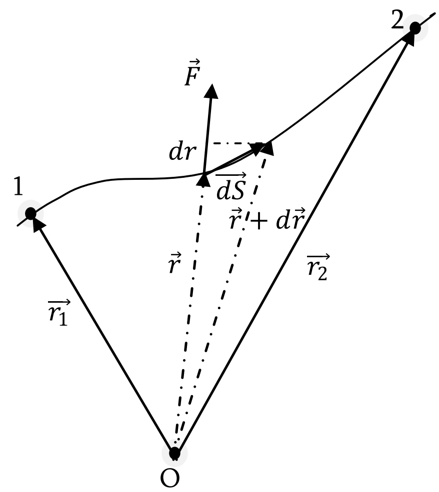
$$dA = \vec{F}d\vec{S} = FdScos\alpha = F(r)dS_F$$

որտեղ dS_F –ը $d\vec{S}$ –ի պրոյեկցիան է ուժի ուղղության վրա: Բայց կենտրոնական ուժային դաշտում ուժի ուղղությունը համընկնում է շառավիղ վեկտորի ուղղության հետ: Այդ պատճառով $d\vec{S}$ –ի պրոյեկցիան $\vec{r}$ –ի ուղղության վրա հավասար կլինի $\vec{r}$ –ի աճին՝ dr –ին $dS_F = dr$

և աշխատանքի համար կունենանք.

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr$$

Պարզ է, որ այս արտահայտությունը կախված է միայն r_1 և r_2 հեռավորություններից և $F(r)$ ֆունկցիայի տեսքից և կախված չէ թե ինչ հետագծով է նյութական կետը տեղափոխվել 1 կետից 2 կետը: Հետևաբար կենտրոնական ուժերը կոնսերվատիվ են:



3. Ոչ կոնսերվատիվ ուժի տիպիկ օրինակ է հանդիսանում շփման ուժը: Քանի որ շփման ուժը միշտ հակառակ է ուղղված մարմնի շարժման հարաբերական արագությանը, ապա նրա կատարած աշխատանքը բացասական է: Բացասական կլինի նաև այդ ուժի կատարած աշխատանքը փակ հետագծով:

Պոտենցիալ էներգիա:

Էներգիայի պահպանման օրենքը մեխանիկայում:

Քանի որ մարմնի տեղափոխման աշխատանքը կոնսերվատիվ ուժային դաշտում կախված չէ հետագծի ձևից, այլ կախված է այն երկու կետերի դիրքերից, որոնց միջև տեղափոխվել է, հետևաբար այդ դաշտի յուրաքանչյուր կետ կարելի է բնութագրել $U(x, y, z)$ ֆունկցիայով այնպես, որ այդ ֆունկցիայի 1 և 2 կետերում արժեքների տարբերությունը հավասար լինի այդ կետերի միջև մարմնի տեղափոխման աշխատանքին.

$$A_{1,2} = U_1 - U_2$$

Այս ձևով ընտրված ֆունկցիան կատարում է պոտենցիալ էներգիայի դեր: Իրոք այդ ֆունկցիայի արժեքը գտնելու համար համակարգի որևէ վիճակ պայմանականորեն ընդունում են զրոյական: Կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքը համակարգը որևէ վիճակից զրոյական վիճակ բերելու համար կոչվում է այդ վիճակի պոտենցիալ էներգիա: Քանի որ կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից, այլ կախված է համակարգի սկզբնական և վերջնական վիճակներից, ապա պարզ է որ ցանկացած վիճակի պոտենցիալ էներգիան կախված կլինի զրոյական վիճակի ընտրությունից: Օրինակ, եթե զրոյական վիճակ ընդունենք O կետը, ապա 1 վիճակում համակարգի պոտենցիալ էներգիան կլինի $U_1 = A_{1,0}$, որտեղ $A_{1,0}$ –ն կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքն է համակարգը 1 վիճակից O վիճակը բերելու համար: Իսկ եթե զրոյական վիճակ ընդունենք O' կետը, ապա այդ նույն 1 կետի պոտենցիալ էներգիան կլինի. $U_1' = A_{1O'}$

Քանի որ կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից, ապա $A_{1O'} = A_{1OO'}$ այսինքն $A_{1O'} = A_{1O} + A_{OO'}$: Դա նշանակում է որ

$$U' = U + A_{OO'}$$

Այն ինչ ուզում էինք ցույց տալ: Բայց $A_{OO'}$ հաստատուն է և կախված չէ 1 կետի դիրքից: Իսկ դա նշանակում է երկու կամայական կետերի պոտենցիալ էներգիաների տարբերությունը կախված չէ զրոյական վիճակի ընտրությունից: Իրոք ենթադրենք համակարգը 1 վիճակից տեղափոխվել է 2 վիճակը: Համակարգի պոտենցիալ էներգիաների տարբերությունը դիտարկենք O և O' զրոյական վիճակների նկատմամբ: 1 վիճակի պոտենցիալ էներգիան O –ի նկատմամբ կլինի. $U_1^{(o)} = A_{1o}$, իսկ 2 վիճակինը՝ $U_2^{(o)} = A_{2o}$: 1 վիճակի պոտենցիալ էներգիան O'–ի նկատմամբ կլինի. $U_1^{(O')} = A_{1O'}$, իսկ 2 վիճակինը՝ $U_2^{(O')} = A_{2O'}$: Քանի որ կոնսերվատիվ ուժերի աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից, ապա $A_{1O'} = A_{1O} + A_{OO'}$, $A_{2O'} = A_{2O} + A_{OO'}$: Համակարգի պոտենցիալ էներգիայի տարբերությունը O զրոյական վիճակի նկատմամբ կլինի .

$U_1^{(o)} - U_2^{(o)} = A_{1o} - A_{2o}$, իսկ O' -ի նկատմամբ՝ $U_1^{(O')} - U_2^{(O')} = A_{10'} - A_{20'} = A_{10} + A_{OO'} - A_{20} - A_{OO'} = A_{1o} - A_{2o}$: Հետևաբար՝ $U_1^{(o)} - U_2^{(o)} = U_1^{(O')} - U_2^{(O')}$, ինչը պահանջվում էր ապացուցել:

Օգտվելով ստացված արդյունքից և հաշվի առնելով, որ այդ նույն ուժերի կատարած աշխատանքը, երբ համակարգը մի վիճակից անցնում մեկ այլ վիճակ հավասար է համակարգի կինետիկ էներգիայի փոփոխությանը $A_{12} = K_2 - K_1$, կստանանք մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը. $A_{12} = U_1 - U_2$ և $A_{12} = K_2 - K_1$, այստեղից կարող ենք գրել. $U_1 - U_2 = K_2 - K_1$,

կամ $$U_1 + K_1 = U_2 + K_2;$$

Համակարգի կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների գումարը կոչվում է լրիվ մեխանիկական էներգիա: $E = K + U = const$:

Եթե փակ համակարգում գործում են միայն կոնսերվատիվ ուժեր, ապա համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան պահպանվում է: Սա հանդիսանում է էներգիայի պահպանման օրենքը մեխանիկայում: Այժմ ենթադրենք համակարգում բացի կոնսերվատիվ ուժերից գործում են նաև դիսիպատիվ ուժեր: Այդ դեպքում , երբ համակարգը 1 վիճակից անցնում է 2 վիճակին, ապա այդ բոլոր ուժերի կատարած աշխատանքը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ.

$$A_{12} = \int_1^2 \overrightarrow{F_{կ}} d\vec{S} + \int_1^2 \overrightarrow{F_{դիս}} d\vec{S} = A_{12}^{կոնս} + A_{12}^{դիս} :$$

Բայց կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքը հավասար է համակարգի պոտենցիալ էներգիայի նվազմանը $A_{12}^{կոնս} = U_1 - U_2$, իսկ բոլոր ուժերի կատարած աշխատանքը կինետիկ էներգիայի աճին. $A_{12} = K_2 - K_1$,

ապա կունենանք.

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2 + A_{12}^{դիս},$$

կամ $$E_2 - E_1 = A_{12}^{դիս}$$

Այս դեպքում լրիվ մեխանիկական էներգիան հաստատաուն չէ և փոքրանում է, քանի որ դիսիպատիվ ուժերի կատարած աշխատանքը բացասական է:

Այժմ ենթադրենք համակարգում դիսիպատիվ ուժեր չեն գործում և

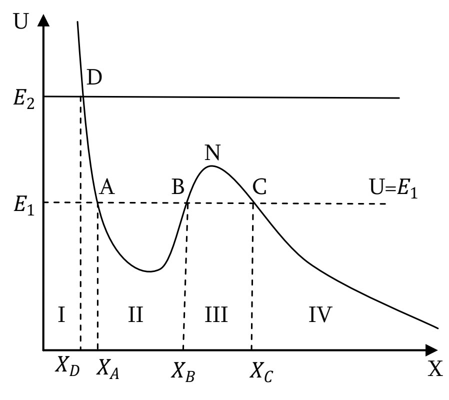
$$E = K + U = const:$$

Քանի որ կինետիկ էներգիան բացասական լինել չի կարող, ապա միշտ $E \geq U$: Քանի որ U –ն ֆունկցիա է միայն կոորդինատներից, ապա այս պայմանից կարելի է որոշել համակարգի կոորդինատների փոփոխության ամբողջ տիրույթը, որտեղ կարող է գտնվել համակարգը ունենալով E էներգիա: Պարզ է, որ այն տիրույթը որտեղ $U > E$ համակարգը չի կարող գտնվել:

Որպես օրինակ քննարկենք միաչափ խնդիր, երբ պոտենցիալ էներգիան ֆունկցիա է միայն x –ից: Հետևաբար համակարգը կարող է գտնվել առանցքի միայն այն տիրույթներում, որտեղ $U(x) \leq E$: Ենթադրենք $U(x)$ – ի գրաֆիկը պատկերված է գծագրում: Ընդունենք որ համակարգի լրիվ էներգիան $E_1 = const$: E_1 լրիվ էներգիայով մասնիկը կարող է գտնվել միայն II և IV տիրույթներում ($U < E_1$): Նա չի կարող շարժվել I և III տիրույթներում: Մասնիկը II տիրույթից չի կարող անցնել IV տիրույթը նրան կխանգարի BNC պոտենցիալային արգելքը: II տիրույթում E_1 էներգիայով մասնիկը կարող է կատարել միայն սահմանափակ շարժում X_Aև X_Bկետերի միջև: Այսպիսի շարժումը կոչվում է ֆինիտ շարժում: Իսկ IV տիրույթում մասնիկը շարժվելով դեպի ձախ հասնելով X_Cկետը ետ կշրջվի և կշարժվի մինչև անսահմանություն: Այսպիսի շարժումը կոչվում է ինֆինիտիվ շարժում: Իսկ եթե մասնիկը ունենա E_2 լրիվ էներգիա, ապա նա կարող է շարժվել X_D կետից մինչև անսահմանություն:

Ուժի և պոտենցիալ էներգիայի կապը:

Կոնսերվատիվ ուժային դաշտը կարելի է նկարագրել ինչպես ուժով, այնպես էլ պոտենցիալ էներգիայով: Հետևաբար այդ դաշտը նկարագրող այդ երկու ֆիզիկական մեծությունների միջև պետք է լինի կապ: Իմանալով նրանցից մեկը կարելի է գտնել մյուսը: Գտնենք այդ մեծությունների միջև գոյություն ունեցող կապը: Դիցուկ կոնսերվատիվ ուժային դաշտում գտնվում է նյութական կետ: Պարզ է, որ այդ մասնիկը կունենա U պոտենցիալ էներգիա, որը ֆունկցիա կլինի այդ կետի $\vec{r}$ շառավիղ



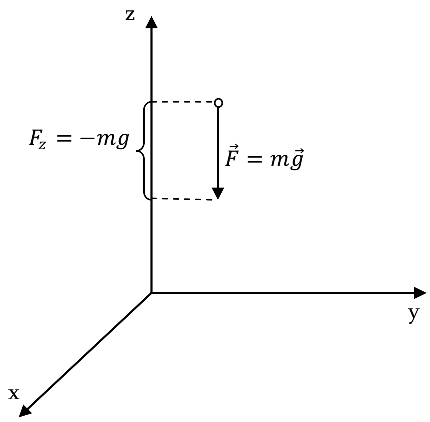
վեկտորից կամ (x, y, z) կոորդինատներից $U(\overrightarrow{r})$ կամ $U(x, y, z)$: Ենթադրենք մասնիկը x առանցքի ուղղությամբ կատարում է շատ փոքր dx տեղափոխություն: Այդ դեպքում ուժի կատարած աշխատանքը կլինի.

$$dA = \vec{F} d\vec{S} = F_x dx \qquad (dy \text{ և } dz \text{ -ը զրո են})$$

Պարզ է, որ կոնսերվատիվ ուժային դաշտում այդ աշխատանքը հավասար է պոտենցիալ էներգիայի նվազմանը.

$$F_x dx = -dU$$

Այստեղից $F_x = -\frac{dU}{dx}, (y = const, z = const)$



Ստացված արդյունքը իրենից ներկայացնում է $U(x, y, z)$ ֆունկցիայի ածանցիալը ըստ x – ի, երբ y –ը և z -ը հաստատուններ են: Այդպիսի ածանցիալը կոչվում է մասնակի ածանցիալ և գրվում է հետևյալ կերպ.
$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$

Նման ձևով կարող ենք գրել ուժի մյուս բաղադրիչները $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$ և $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$

Իմանալով ուժի բաղադրիչները կարելի է գտնել ուժի վեկտորը

$$\vec{F} = -(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k})$$

կամ $\vec{F} = -gradU$

Որտեղ նշանակված է $gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$

Հետևաբար, ուժը հավասար է պոտենցիալ էներգիայի գրադիենտին ՝ վերցրած հակառակ նշանով:

Որպես ստացված կապի կիրառման օրինակ քննարկենք ծանրության ուժի դաշտը: z առանցքն ուղղենք ուղղաձիգ դեպի վերև:

Կոորդինատային առանցքների այսպիսի ընտրության դեպքում պոտենցիալ էներգիան կունենա հետևյալ տեսքը.
$U = mgz + const$:

Ուժի պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա համաձայն ստացված կապի կլինեն.

$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = 0, F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = 0,\ F_z = \frac{\partial U}{\partial z} = -mg$, որտեղից հետևում է, որ ուժը հավասար է mg-ի և ուղղված է z ուղղությանը հակառակ, այսինքն՝ ուղղագիծ դեպի ներքև:

Ստուգողական հարցեր:

- Ինչպե՞ս է որոշվում փոփոխական ուժի աշխատանքը;
- Ինչի՞ է հավասար շրջանագծով հավասարաչափ շարժվող մարմնի վրա ազդող համազոր ուժի կատարած աշխատանքը:
- Ի՞նչ է հզորությունը:
- Ինչպիսի՞ մեխանիկական էներգիաներ կան: Տվեք նրանց սահմանումները:
- Ինչու՞մ է կայանում մեխանիկական էներգիայի պահպանությունը: Ինչպիսի՞ համակարգերում այն տեղի ունի:
- Ինչպիսի՞ն է ուժի և պոտենցիալ էներգիայի կապը:
- Ինչպե՞ս որոշել համակարգի կոորդինատների փոփոխության տիրույթը, եթե հայտնի է համակարգի լրիվ էներգիան:

Խնդիրներ:

1. Որոշել 1) թեք հարթությամբ բեռի բարձրացման աշխատանքը; 2) բարձրացնող մեխանիզմի միջին և 3) առավելագույն հզորությունները, եթե բեռի զանգվածը 10 կգ է, թեք հարթության երկարությունը՝ 2մ, թեքության անկյունը 45^0, շփման գործակիցը՝ 0.1: Թեք հարթությամբ բեռի բարձրացման ժամանակը 2վ:[1)173 Ջ2)86 Վտ 3)173 Վտ]

2. 35 մ բարձրությունից 0.3 կգ զանգվածով մարմինը նետվել է հորիզոնական ուղղությամբ: Անտեսելով օդի դիմադրության ուժը որոշել 1) ինչ արագությամբ է նետվել մարմինը, եթե նետելուց 1 վ անց նրա կինետիկ էներգիան կազմել է 60 Ջ 2) որքան է այդ պահին նրա պոտենցիալ էներգիան: [1) 17.4 $^{մ}/_{վ}$2) 88.6Ջ]

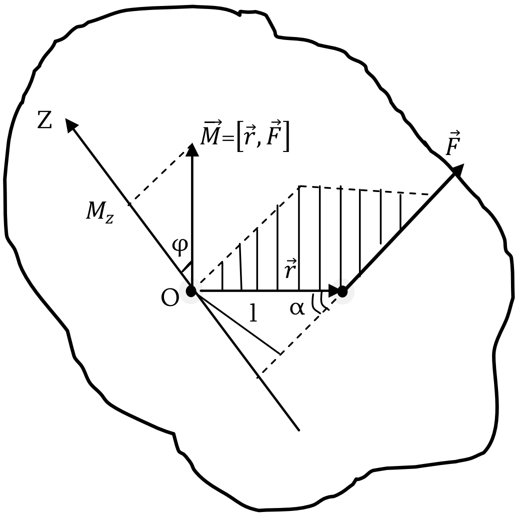
3.$m = 10$գ զանգվածով գնդակը թռչելով հորիզոնական ուղղությամբ 500 $^{մ}/_{վ}$ արագությամբ հարվածում է $l = 1մ$ երկարությամբ և $M = 5կգ$ զանգվածով բալիստիկ ճոճանակին և մխրճվում նրա մեջ: Որոշել ճոճանակի շեղման անկյունը: [$16^0 30'$]

4. Կենտրոնական ուժադաշտում գտնվող մասնիկի պոտենցիալ էներգիան կախված դաշտի կենտրոնից ունեցած r հեռավորությունից տրվում է հետևյալ բանաձևով $\Pi = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$, որտեղ A և B դրական հաստատուններ են: Գտնել դաշտի կենտրոնից այն կետի r_0 հեռավորությունը, որտեղ մասնիկը կգտնվի հավասարակշռության վիճակում: [$r_0 = \frac{2A}{B}$]

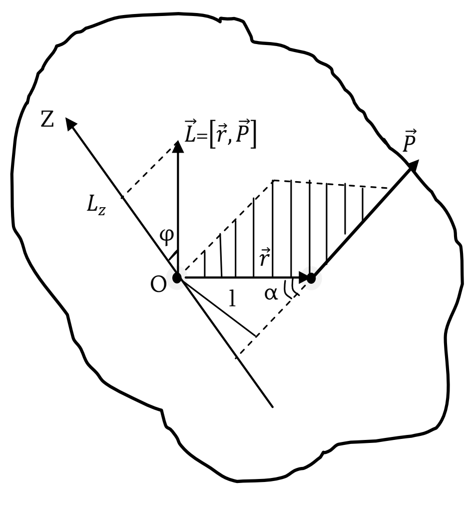
5. $m = 4կգ$ զանգվածով մարմինը շարժվելով $V = 3\ ^{մ}/_{վ}$ արագությամբ հարվածում է նույն զանգվածն ունեցող անշարժ մարմնին: Համարելով հարվածը կենտրոնական , ոչ առաձգական, որոշել հարվածի ընթացքում անջատված ջերմաքանակը:[9Ջ]

Ուժի և իմպուլսի մոմենտներ:

Մեխանիկայում կարևոր ֆիզիկական մեծություններ են հանդիսանում ուժի և իմպուլսի մոմենտները: Պետք է տարբերել այդ մոմենտները կետի և առանցքի նկատմամբ: Ցանկացած վեկտորի մոմենտը կետի նկատմամբ վեկտոր է, իսկ վեկտորի մոմենտը առանցքի նկատմամբ իրենից ներկայացնում է այդ առանցքի վրա գտնվող կետի նկատմամբ վեկտորի մոմենտի պրոյեկցիան: Նախ քննարկենք մոմենտը կետի նկատմամբ: $\vec{F}$ ուժի մոմենտ O կետի նկատմամբ կոչվում է.



$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$ մեծությունը, որտեղ $\vec{r}$ –ը O կետից մինչև ուժի կիրառման կետը տարված շառավիղ վեկտորն է: Քանի որ $\vec{M}$ –ը $\vec{r}$ և $\vec{F}$ վեկտորների վեկտորական արտադրյալն է, ապա այն վեկտոր է և ուղղահայաց է այն հարթությանը, որի մեջ գտնվում են ուժը և շառավիղ վեկտորը և ուղղությունը որոշվում է աջ պտուտակի կանոնով: $\vec{M}$-ի մոդուլը կլինի՝ $|\vec{M}| = rF\sin\alpha$, որտեղ α-ն $\vec{r}$ և $\vec{F}$-ի կազմած անկյունն է: Գծագրից երևում է, որ $rsin\alpha = l$ և կոչվում է ուժի բազուկ O կետի նկատմամբ: Հետևաբար կարող ենք գրել. $M = Fl$: $\vec{F}$ ուժի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ, որը անցնում է O կետով իրենից ներկայացնում է $\vec{M}$-ի պրոյեկցիան Z առանցքի վրա. $M_z = Mcos\varphi$:



Նման ձևով որևէ O կետի նկատմամբ սահմանվում է նյութական կետի իմպուլսի մոմենտը: Իմպուլսի մոմենտը՝ $\vec{L}$ վեկտորը հավասար է $\vec{r}$ և $\vec{P}$ վեկտորների վեկտորական արտադրյալին:

$$\vec{L} = \left[\vec{r}\vec{P}\right] \qquad (1)$$

Այս սահմանումից երևում է, որ $\vec{L}$ վեկտորը ուղղահայաց է $\vec{r}$ և $\vec{v}$ վեկտորներին և նրանց հետ կազմում է աջ եռյակ: $\vec{L}$-ի մոդուլը կլինի.

$$L = rP\sin\alpha = lP, \qquad (2)$$

որտեղ α-ն $\vec{r}$-ի և $\vec{P}$-ի կազմած անկյունն է, իսկ $l = r\sin\alpha$-ն՝ O կետի նկատմամբ $\vec{P}$ վեկտորի բազուկն է:

Պարզաբանենք $\vec{L}$-ի փոփոխության պատճառը տվյալ հաշվարկման համակարգում: Այդ նպատակով (1) հավասարումը ածանցենք ըստ ժամանակի, կստանանք.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{P}\right] + \left[\vec{r}, \frac{d\vec{P}}{dt}\right]:$$

Քանի որ O կետն անշարժ է, ապա $\frac{d\vec{r}}{dt}$-ն մասնիկի $\vec{V}$ արագությունն է, այսինքն՝ ուղղությամբ համընկնում է $\vec{P}$ վեկտորի հետ: Այդ պատճառով.

$$\left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{P}\right] = 0,$$

Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$, որտեղ $\vec{F}$-ը տվյալ մասնիկի վրա կիրառված բոլոր ուժերի համազորն է, հետևաբար.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\vec{r}\vec{F}\right]:$$

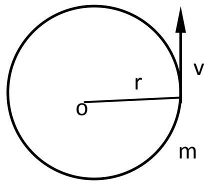
Այսպիսով կստանանք.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\vec{r}\vec{F}\right] = \vec{M}: \qquad (4)$$

Այս հավասարումը կոչվում է մոմենտների հավասարում, որից հետևում է, որ եթե $\vec{M}$ =0, ապա $\vec{L}$-ը հաստատուն է, այսինքն՝ իմպուլսի մոմենտը մնում է անփոփոխ արտաքին ուժերի մոմենտի բացակայության ժամանակ: Ստացված մոմենտների հավասարումը (4) կիրառելի է նաև նյութական կետերի համակարգի համար: Այդ դեպքում իմպուլսի մոմենտը՝ այդ համակարգը կազմող մասնիկների իմպուլսների մոմենտների երկրաչափական գումարն է (նույն կետի նկատմամբ): Առանձին նյութական կետերի համար կարող ենք գրել մոմենտների հավասարումը, ապա վեկտորապես գումարելով կստանանք համակարգի համար: Այդ դեպքում $\vec{M}$ –ը կլինի համակարգի վրա ազդող բոլոր ուժերի (ինչպես ներքին այնպես էլ արտաքին) համազորի մոմենտը: Բայց ներքին ուժերի մոմենտների գումարը հավասար է զրոյի: Իրոք ներքին ուժերը հանդես են գալիս զույգերով, որոնք մեծությամբ հավասար են, բայց ուղղությամբ հակադիր են: Նրանց մոմենտների մեծությունները ցանկացած կետի նկատմամբ հավասար են, բայց ուղղությամբ հակադիր: Հետևաբար մոմենտների հավասարության մեջ կմնա միայն արտաքին ուժերի մոմենտների գումարը (ներքին ուժերի մոմենտների գումարը զրո է):

Պտտական շարժման դինամիկայի հիմնական հավասարումը

Կիրառենք մոմենտների հավասարումը պտտական շարժման դեպքի համար:



Եթե նյութական կետը պտտվում է r շառավիղ ունեցող շրջանագծով, ապա որպես անշարժ առանցք հարմար է ընտրել պտտման առանցքը: O կետով անցնող առանցքի նկատմամբ իմպուլսի մոմենտը կլինի՝ $L = mVr$: Քանի որ $V = \omega r$, ապա $L = mr^2\omega$:

Եթե O կետի շուրջը միևնույն ω անկյունային արագությամբ պտտվում է մասնիկների համակարգ, ապա $L = \sum m_i r_i^2 \omega$, որտեղ գումարումը կատարվում է ըստ համակարգի բոլոր մասնիկների: Քանի որ ω-ն նույնն է բոլոր մասնիկների համար, այդ դեպքում.

$$L = \omega \sum m_i r_i^2 \qquad L = I\omega, \tag{5}$$

որտեղ՝

$$I = \sum m_i r_i^2 \ : \tag{6}$$

I-ն կոչվում է իներցիայի մոմենտ, որը հավասար է նյութական կետերի զանգվածների (m_i) և պտտման առանցքից նրանց ունեցած հեռավորությունների (r_i) քառակուսիների արտադրյալի գումարին: Եթե նյութի բաշխումը մարմնի մեջ անընդհատ է, ապա իներցիայի մոմենտը կորոշվի՝

$$I = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

բանաձևով, որտեղ dm-ը պտտման առանցքից r հեռավորության վրա գտնվող dV ծավալով տարրի զանգվածն է, իսկ ρ-ն խտությունն է տվյալ կետում:

(5)-րդ հավասարումը ցույց է տալիս, որ համակարգի պտտման ժամանակ նրա իմպուլսի մոմենտը պտտման առանցքի նկատմամբ հավասար է իներցիայի մոմենտի և անկյունային արագության արտադրյալին: Այս դեպքում մոմենտների հավասարումը կընդունի այսպիսի տեսք.

$$\frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \vec{M} \tag{7}$$

Կարևոր մասնավոր դեպքերից է պինդ մարմնի պտույտը անշարժ առանցքի շուրջը: Որպես բացարձակ պինդ մարմին հասկանում ենք նյութական կետերի համախումբ, որոնց միջև եղած հեռավորությունը չի փոփոխվում:

Այս դեպքում իներցիայի մոմենտը պտտման ընթացքում մնում է հաստատուն, և (7)-րդ հավասարումը կգրվի հետևյալ տեսքով.

$$I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}$$

կամ

$$I\frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \vec{M} \ :$$

Այս հավասարումը հիշեցնում է Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը նյութական կետի համար, որտեղ զանգվածի դերը կատարում է I իներցիայի մոմենտը, գծային արագության դերը՝ անկյունային արագությունը՝ ω-ն և F ուժի դերը՝ $\vec{M}$ ուժի մոմենտը:

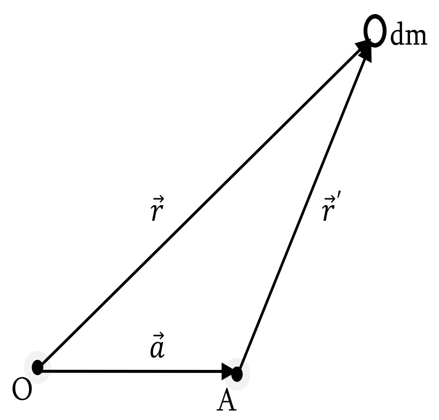
Հաշվենք բացարձակ պինդ մարմնի պտտական շարժման կինետիկ էներգիան.

$$K = \frac{1}{2}\sum_i m_i V_i^2 = \frac{1}{2}\sum_i m_i (\omega r_i)^2 = \frac{\omega^2}{2}\sum_i m_i r_i^2 = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I}:$$

Նման արդյունք կստացվի, եթե օգտվեինք նյութական կետի և բացարձակ պինդ մարմնի պտտական շարժման համանմանությունից:

Հյուգենս –Շտեյների թեորեման:

Ինեռցիայի մոմենտի արտահայտությունից երևում է, որ միևնույն մարմնի իներցիա-յի մոմենտը տարբեր առանցքների նկատմամբ տարբեր է: Գտնենք երկու տարբեր առանցքների նկատմամբ միևնույն մարմնի իներցիայի մոմենտների կապը: Հաշվենք իներցիայի մոմենտը O և A կետերով անցնող առանցքների նկատմամբ (առանցքները ուղղահայաց են գծագրի հարթությանը): Մարմինը մասնատենք dm տարրական զանգվածների: Նրա դիրքը որոշող շառավիղ վեկտորները O և A առանցքների նկատմամբ կլինեն $\vec{r}$ –ը և $\vec{r}'$ -ը: Ինչպես երևում է գծագրից $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{a}$ կամ $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{a}$:



Հավասարման երկու կողմերը քառակուսի բարձրացնենք.

$$r'^2 = r^2 + a^2 - 2(\vec{a}\vec{r})$$

Այս հավասարման երկու մասն էլ բազմապատկենք dm –ով և ինտեգրենք.

$$\int r'^2\, dm = \int r^2 dm + a^2 \int dm - 2(\vec{a} \int \vec{r} dm)$$

Հավասարման ձախ մասը ներկայացնում է մարմնի իներցիայի մոմենտը A կետով անցնող առանցքի նկատմամբ (I_A) , աջ մասի առաջին անդամը իներցիայի մոմենտը O առանցքի նկատմամբ: Վերջին անդամը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$\int \vec{r} dm = m\overrightarrow{R_c},$$

որտեղ $\overrightarrow{R_c}$ –ն մարմնի C զանգվածի կենտրոնի շառավիղ վեկտորն է O առանցքի նկատմամբ $\left(\overrightarrow{R_c} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{m}\right.$ կամ $m\overrightarrow{R_c} = \sum m_i \vec{r_i}$ սահմանային դեպքում $\left. m\overrightarrow{R_c} = \int \vec{r} dm \right)$

Հաշվի առնելով $\overrightarrow{R_c}$-ի արժեքը կունենանք. $I_A = I_0 + ma^2 - 2m(\vec{a}\overrightarrow{R_c})$

Դիցուկ O առանցքը անցնում է մարմնի զանգվածի C կենտրոնով, այդ դեպքում $\overrightarrow{R_c} = 0$ և կունենանք $\qquad I_A = I_0 + ma^2$

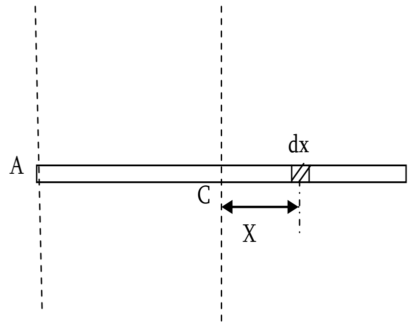
Այսինքն մարմնի իներցիայի մոմենտը կամայական առանցքի նկատմամբ հավասար է նրան զուգահեռ զանգվածի կենտրոնով անցնող առանցքի նկատմամբ իներցիայի մոմենտին գումարած ma^2 մեծությունը, որտեղ a –ն առանցքների միջև եղած հեռավորությունն է: Այս առընչությունը կոչվում է Հյուգենս –Շտեյների թեորեմա:

Որպես Հյուգենս –Շտեյների թեորեմայի կիրառության օրինակ հաշվենք.

1. l երկարությամբ համասեռ ձողի իներցիայի մոմենտը ձողի A ծայրով անցնող ձողին ուղղահայաց առանցքի նկատմամբ: Նախ հաշվենք իներցիայի մոմենտը ձողի C զանգվածի կենտրոնով անցնող ձողին ուղղահայաց առանցքի նկատմամբ: Դրա համար օգտվենք հետևյալ ինտեգրալից.

$$I_c = \int r^2\, dm$$

X առանցքը ուղղենք ձողի երկայնքով , սկզբնակետը վերցնելով C կետը: Ձողի վրա առանձնացնենք dx երկարությամբ հատված: Այն առանցքից գտնվում է x հեռավորության վրա: Քանի որ ձողը համասեռ է , ապա dx տարրի զանգվածը կլինի. $dm = \frac{m}{l}dx$, որտեղ m-ը ձողի զանգվածն է: Քանի որ առանցքը ձողը բաժանում է երկու հավասար մասերի, ապա ամբողջ ձողի իներցիայի մոմենտը հաշվելու համար պետք է x փոփոխել $[-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}]$ սահմաններում: $I_c = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \left(\frac{m}{l}\right) dx = \frac{1}{12} ml^2$

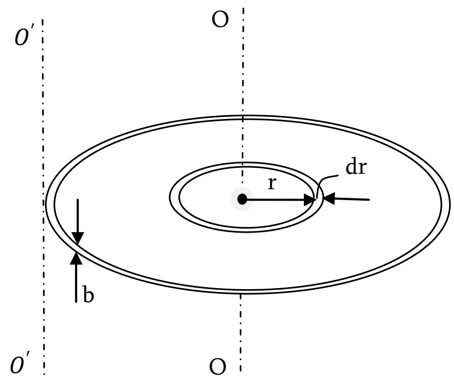


Օգտվելով Հյուգենս –Շտեյների թեորեմից կարող ենք հաշվել իներցիայի մոմենտը ձողի ծայրով անցնող ձողին ուղղահայաց A առանցքի նկատմամբ. $I_A = I_c + ma^2$, որտեղ $a = {}^{l}/_{2}$:

Տեղադրելով կստանանք. $I_A = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{ml^2}{4} = \frac{1}{3}ml^2$:

2. Գտնենք համասեռ սկավառակի իներցիայի մոմենտն այն առանցքի նկատմամբ, որն ուղղահայց է սկավառակի հարթությանը և անցնում է նրա կենտրոնով: Սկավառակը բաժանենք dr հաստությամբ օղակային շերտերի: Նույն շերտի բոլոր կետերը գտնվում են առանցքից միևնույն r հեռավորության վրա: Այդպիսի շերտի ծավալը՝ $dV = b2\pi r dr$ որտեղ b – ն սկավառակի հաստությունն է: Քանի որ սկավառակը համասեռ է, նրա խտությունը բոլոր կետերում միատեսակ է և ρ-ն կարելի է ինտեգրալի նշանի տակից դուրս բերել.

$$I = \rho \int r^2\, dV = \rho \int_0^R r^2 b 2\pi r dr$$



որտեղ R –ը սկավառակի շառավիղն է: Ինտեգրալի նշանի տակից դուրս բերենք $2\pi b$ հաստատուն արտադրիչը.

$$I = 2\pi b\rho \int_0^R r^3\, dr = 2\pi b\rho \frac{R^4}{4}:$$

Հաշվի առնելով, որ սկավառակի m զանգվածը հավասար է ρ խտության և սկավառակի $b\pi R^2$ ծավալի արտադրյալին, կստանանք. $I = \frac{mR^2}{2}$:

Սկավառակի իներցիայի մոմենտը $O'O'$ առանցքի նկատմամբ հաշվելիս կօգտվենք Հյուգենս –Շտեյներին թեորեմայից: Սկավառակի իներցիայի մոմենտը $O'O'$

առանցքի նկատմամբ հավասար է սկավառակի կենտրոնով անցնող առանցքի նկատմամբ հաշված իներցիայի մոմենտին , գումարած mR^2 ($O'O'$ և OO առանցքների միջև հեռավորությունը հավասար է սկավառակի R շառավղին).

$$I = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

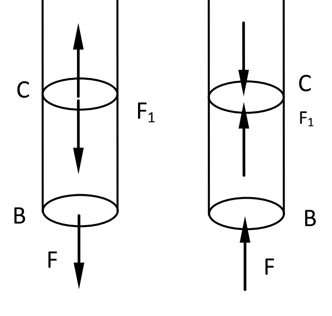
Պինդ մարմնի դեֆորմացիաները:

Ուժի ազդեցությամբ մարմնի չափերի և ձևի փոփոխությունը կոչվում է դեֆորմացիա: Եթե դեֆորմացիա առաջացնող ազդեցության վերացումից հետո մարմինը ընդունում է իր սկզբնական չափերը և ձևը, դեֆորմացիան կոչվում է առաձգական: Առաձգական դեֆորմացիաները տեղի են ունենում այն դեպքում, երբ դեֆորմացիան պայմանավորող ազդեցությունը չի գերազանցում յուրաքանչյուր կոնկրետ մարմնի համար գոյություն ունեցող որոշակի սահմանը: Այդ սահմանը գերազանցելու դեպքում մարմնում առաջանում են մնացորդային դեֆորմացիաներ, որոնք պահպանվում են մարմնի վրա ազդեցությունների դադարեցնելուց հետո ևս: Պլաստիկ կամ մնացորդային են կոչվում այն դեֆորմացիաները, որոնք գոնե մասամբ պահպանվում են մարմնում՝ կիրառված արտաքին ազդեցությունների վերացումից հետո:

Պինդ մարմնի բոլոր հնարավոր առաձգական դեֆորմացիաները կարող են հանգել երկու հիմնական տեսակների՝ ձգման (կամ սեղմման) և սահքի:

Եթե հաստատուն կտրվածք ունեցող ձողի հիմքերի վրա կիրառենք նրա առանցքի երկարությամբ ուղղված ձգող կամ սեղմող F ուժեր, ապա ձողի l երկարությունը կստանա դրական (ձգման դեպքում) կամ բացասական (սեղման դեպքում) Δl աճ: Այս դեպքում ձողի յուրաքանչյուր տարր ստանում է իր երկարությանը համեմատական աճ: Այդ պատճառով որպես ձողի դեֆորմացիան բնորոշող մեծություն կարելի է վերցնել նրա երկարության հարաբերական փոփոխությունը.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0},$$



որտեղ l_0 –ը չդեֆորմացված ձողի երկարությունն է:

Ձողի առանցքին ուղղահայաց մտովի առանձնացնենք C հատույթ: AC ձողի հավասարակշռության համար անհրաժեշտ է, որ նրա ստորին C հիմքի վրա ազդի F_l=F ուժ: Դա հենց այն ուժն է, որով ձողի ստորին BC մասը ձգում կամ սեղմում է վերինին: Այդպիսի ուժ առաջանում է քանի որ ձողի BC մասը դեֆորմացված է, ձողի վերին մասը նույնպես դեֆորմացված է և ազդում է ստորինի վրա մեծությամբ F_1-ին հավասար, բայց ուղղությամբ հակառակ ուժով: Այդպիսի ուժեր ազդում են ձգված կամ սեղմված ձողի ցանկացած լայնական հատույթում: Ուրեմն ձողի դեֆորմացիան կապված է առաձգականության ուժերի առաջացման հետ, որոնցով փոխազդում են ձողի սահմանակցվող մասերը: Ձողի լայնական հատույթի միավոր մակերեսի վրա ազդող ուժը կոչվում է լարում:

$$T = \frac{F}{S}$$

որտեղ S-ը ձողի լայնական հատույթի մակերեսն է:

Փորձը ցույց է տալիս, որ ոչ շատ մեծ առաձգական դեֆորմացիաների համար T լարումը համեմատական է հարաբերական երկարացմանը

$$T = E\frac{\Delta l}{l_o}$$

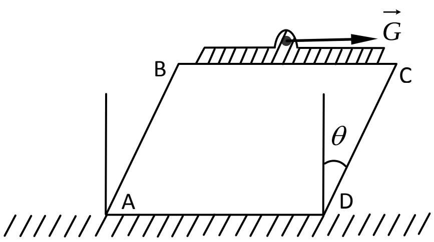
որտեղ E-ն ձողի նյութից և նրա ֆիզիկական վիճակից կախված հաստատուն է: Այն կոչվում է Յունգի մոդուլ: Ստացված բանաձևը արտահայտում է Հուկի օրենքը: Դա մոտավոր օրենք է և մեծ դեֆորմացիաների համար կարող է չիրականանալ: Այն դեֆորմացիաները, որոնց համար, գոնե մոտավոր կերպով, իրականանում է Հուկի օրենքը, կանվանենք փոքր դեֆորմացիաներ: Եթե վերցնենք $\Delta l = l_o$, ապա կստանանք T=E: Այս պատճառով Յունգի մոդուլը հաճախ սահմանում են որպես այնպիսի լարում, որը կկրկնապատկեր ձողի երկարությունը, եթե նման դեֆորմացիաների համար Հուկի օրենքը իրականանար:

Դեֆորմացված մարմնի վրա կատարված աշխատանքը փոխարկվում է առաձգական էներգիայի: Հաշվենք այդ էներգիան ձգված ձողի համար: Ենթադրենք ձողի վրա կիրառված է սկզբնական զրո արժեքից մինչև F վերջնական արժեքը աստիճանաբար, դանդաղորեն աճող $f(x)$ ուժը, ըստ որում ձողի երկարացումը $x=0$ արժեքից փոխվում է մինչև $x = \Delta l$ վերջնական արժեքի: Համաձայն Հուկի օրենքի՝ $f(x) = \frac{ES}{l}x$: Ձողի l երկարությունը Δl-ով փոխելու ժամանակ կուտակված U առաձգական էներգիան հավասար է $f(x)$ ուժի կատարած աշխատանքին.

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x)dx = \frac{ES}{l}\int_0^{\Delta l} xdx = \frac{ESl}{2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 :$$

Փորձը ցույց է տալիս, որ ձգող կամ սեղմող F ուժի ազդեցության տակ փոխվում են ձողի ոչ միայն երկայնական, այլ նաև լայնական չափերը: Եթե F ուժը ձգող է, ապա ձողի լայնական չափերը փոքրանում են, իսկ եթե սեղմող է՝ մեծանում: Նշանակենք ձողի հաստությունը մինչև դեֆորմացիան a_o, իսկ դեֆորմացիայից հետո՝ a: Գլանաձև ձողի համար որպես հաստություն կարելի է վերցնել նրա տրամագիծը, իսկ ուղղանկյուն ձողի համար նրա հիմքի կողմերից որևէ մեկը և այլն: Եթե ձողը ենթարկվել է ձգող ուժի ազդեցությանը, ապա $-\frac{\Delta a}{a}$ մեծությունը կոչվում է հարաբերական լայնական սեղմում ($\Delta a = a - a_o$): Հարաբերական լայնական սեղման և հարաբերական երկարացման հարաբերությունը կոչվում է Պուասոնի գործակից.

$$\mu = -\frac{\Delta a}{a} : \frac{\Delta l}{l} = -\frac{\Delta a}{\Delta l}\frac{l}{a} \qquad (8)$$



Պուասոնի գործակիցը կախված է միայն մարմնի նյութի տեսակից և հանդիսանում է նրա առաձգական հատկությունները բնութագրող կարևորագույն հաստատուններից մեկը: Յունգի մոդուլը (E) և Պուասոնի գործակիցը (μ) լիովին բնութագրում են իզոտրոպ նյութի առաձգական հատկությունները: Մնացած բոլոր առաձգական հաստատունները կարող են արտահայտվել E և μ գործակիցների միջոցով: Իրոք քննարկենք սահքի դեֆորմացիան: Ենթադրենք՝ S մակերեսով նիստեր ունեցող խորանարդի վերևի նիստի վրա ազդում է $\vec{G}$ շոշափող ուժը (նկ. 2):

Մաքուր սահքը հարմար է նկարագրել խորանարդի AB նիստի շեղման θ անկյան միջոցով: Մտցնենք $g=G/S$ շոշափող լարման հասկացությունը: Փորձերը ցույց են տալիս, որ ոչ մեծ դեֆորմացիաների դեպքում սահքի դեֆորմացիան նկարագրվում է.

$$g = N\theta \qquad (9)$$

օրենքով, որտեղ

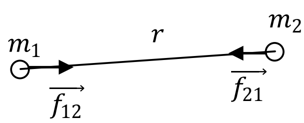
$$N = \frac{E}{2(1+\mu)} \qquad (10)$$

գործակիցը կոչվում է սահքի մոդուլ: Ինչպես տեսնում ենք, սահքի դեֆորմացիան լիովին բնութագրվում է E և μ հաստատունների միջոցով:

Տիեզերական ձգողականության օրենքը:

Բնության մեջ բոլոր մարմինները միմյանց ձգում են: Երկու մարմինների ձգողության օրենքը հայտնաբերել է Նյուտոնը և կոչվում է տիեզերական ձգողության օրենք: Համաձայն այս օրենքի այն ուժը, որով երկու մարմիններ(նյութական կետեր) ձգում են իրար, ուղիղ համեմատական է այդ մարմինների զանգվածների արտադրյալին և հակադարձ համեմատական ՝ նրանց միջև եղած հեռավորության քառակուսուն.

$$f = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



(1)

որտեղ G–ն համեմատականության գործակիցն է և կոչվում է գրավիտացիոն հաստատուն: Ուժը ուղղված է փոխազդող մարմիններն իրար միացնող ուղղի երկայնքով:

Մարմինները, որոնք նկատի են առնվում տիեզերական ձգողության օրենքում, ակընհայտ է, որ իրենցից ներկայացնում են նյութական կետեր: Մարմինները որոնց չի կարելի դիտել որպես նյութական կետեր, փոխազդեցության ուժը որոշելու համար պետք է նրանց բաժանել տարրական զանգվածների, այսինքն ՝փոքր ծավալների, որոնցից յուրաքանչյուրը կարելի է ընդունել որպես նյութական կետ:

(1)-ի համաձայն 1 մարմնի i–րդ տարրական զանգվածը ձգվում է դեպի 2 մարմնի k–րդ տարրական զանգվածը հետևյալ ուժով՝

$$\Delta\overrightarrow{f_{ik}} = G\frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}\vec{r}_{ik}^{\,0} \qquad (2)$$

Որտեղ $\vec{r}^{0}_{ik}$ –ն միավոր վեկտորն է և ունի Δm_i–ից դեպի Δm_k –ի ուղղությունը, իսկ r_{ik}–ն՝ այս տարրական զանգվածների միջև եղած հեռավորությունը:

Գումարելով (2)–ը ըստ k –ի բոլոր արժեքների, կստանանք 1 մարմնին պատկանող տարրական Δm_i զանգվածի վրա 2 մարմնի կողմից ազդող բոլոր ուժերի արդյունարարը, այսինքն՝

$$\Delta\overrightarrow{f_{i2}} = \sum_k G\frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}\vec{r}^{0}_{ik} \qquad (3)$$

Վերջապես գումարելով մարմնի բոլոր տարրական զանգվածների վրա կիրառված ուժերը, կստանանք այն ուժը, որով 2 –րդ մարմինն ազդում է առաջին մարմնի վրա՝

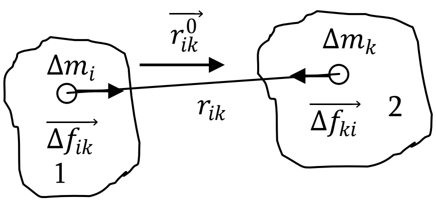
$$\overrightarrow{f_{i2}} = \sum_i \sum_k G\frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}\vec{r}^{0}_{ik} \qquad (4)$$

Գումարումը կատարվում է ըստ i և k ինդեքսների բոլոր արժեքների: Ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի 1 մարմինն ազդում է 2 մարմնի վրա $\vec{f}_{21}$ ուժով, որը հավասար է$-\vec{f}_{12}$: Եթե փոխազդող մարմիններն իրենցից ներկայացնում են համասեռ գնդեր, ապա նրանց փոխազդեցության ուժը ըստ (4)–ի հաշվելով , ստացվում է

$$\overrightarrow{f_{i2}} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}^{0}_{12}$$

որտեղ m_1–ը և m_2 -ը գնդերի զանգվածներն են, r-ը՝ նրանց կենտրոնների միջև եղած հեռավորությունը, $\vec{r}^{0}_{12}$ -ը՝միավոր վեկտորը, որն ուղղված է առաջին գնդի կենտրոնից դեպի երկրորդ գնդի կենտրոնը: Այսպիսով , գնդերը փոխազդում են այնպես, ինչպես այդ գնդերի կենտրոններում տեղադրված և նրանց զանգվածներին հավասար զանգվածներ ունեցող նյութական կետերը:

Գրավիտացիոն հաստատունի թվային արժեքը որոշվում է հայտնի զանգվածներ ունեցող մարմինների միմյանց ձգող ուժը չափելով: G -ն որոշելու առաջին փորձը Կավենդիշի կատարած չափումներն են, որոնցում ուժերը չափելու համար կիրառել էր ոլորակշեռքի զգայուն մեթոդը:
G -ի փորձից որոշված արժեքը՝
$G = 6.67.10^{-11}$ մ^3/կգվրկ^2



Այսպիսով 1կգ զանգված ունեցող երկու գնդեր, որոնց կենտրոններն իրարից հեռացված են1 մ-ով, փոխադարձաբար ձգում են $6.67.10^{-11}$ Ն ուժով:

Կեպլերի օրենքները:

Տիեզերական ձգողության օրենքը սահմանելիս Նյուտոնի համար հիմք ծառայեցին մոլորակների շարժման՝ Կեպլերի հայտնագործած երեք օրենքները.

1. *Բոլոր մոլորակները շարժվում են էլիպսներով, որոնց կիզակետերից մեկում գտնվում է Արեգակը:*
2. *Մոլորակի շառավիղ-վեկտորը հավասար ժամանակամիջոցներում հավասար մակերեսներ է գծում:*
3. *Արեգակի շուրջը մոլորակների պտտման պարբերությունների քառակուսիները հարաբերում են իրար այնպես, ինչպես նրանց ուղեծրերի մեծ կիսաառանցքների խորանարդները:*

Պարզության համար ընդունենք, որ մոլորակների ուղեծրերը ոչ թե էլիպսներ են, այլ շրջանագծեր (սա թույլատրելի է , քանի որ գործնականորեն բոլոր մոլորակների ուղեծրերը քիչ են տարբերվում շրջանագծերից) այստեղից՝ արագացումը, որով պտտվում է մոլորակը, կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$w = \frac{V^2}{r}$$

Որտեղ V- ն մոլորակի շարժման արագությունն է, r-ը ուղեծրի շառավիղը: Փոխարինելով V –ն $2\pi r/T$ –ով (T –ն Արեգակի շուրջը մոլորակի պտտման պարբերությունն է), կստանանք

$$w = \frac{4\pi^2 r}{T^2}:$$

Վերջին արտահայտության հիման վրա Արեգակի կողմից մոլորակների վրա ազդող ուժերի հարաբերությունը գրվում է հետևյալ ձևով՝

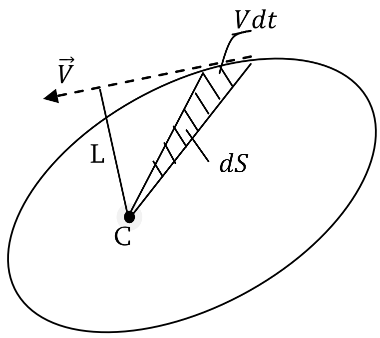
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 w_1}{m_2 w_2} = \frac{m_1 r_1 T_2^2}{m_2 r_2 T_1^2}:$$

Կեպլերի երրորդ օրենքի համաձայն պտտման պարբերությունների քառակուսիների հարաբերությունը փոխարինելով ուղեծրերի շառավիղների խորանարդների հարաբերությունով, կստանանք.

$$f_1 : f_2 = \frac{m_1}{r_1^2} : \frac{m_2}{r_2^2}$$

Այսպիսով, Կեպլերի երրորդ օրենքից հետևում է, որ ուժը, որով մոլորակը ձգվում է Արեգակի կողմից, ուղիղ համեմատական է մոլորակի զանգվածին և հակադարձ համեմատական մինչև Արեգակը նրա ունեցած հեռավորության քառակուսուն, այսինքն՝ $f \sim \frac{m}{r^2}$: Բայց Արեգակը և մոլորակը միմյանց հետ փոխազդեցության մեջ են մտնում որպես իրավահավասար մարմիններ, ուստի, եթե նրանց փոխազդեցության ուժն ուղիղ համեմատական է մարմիններից մեկի՝ մոլորակի զանգածին, ապա այն պետք է համեմատական լինի նաև մյուսի՝
Արեգակի զանգվածին.

$$f \sim \frac{mM_U}{r^2}$$



Մտցնելով փոխազդող մարմիններից և նրանց միջև հեռավորությունից կախում չունեցող համեմատականության գործակիցը՝ հանգում ենք տիեզերական ձգողության օրենքի բանաձևին:

Կեպլերի երկրորդ օրենքը հանդիսանում է իմպուլսի մոմենտի պահպանման օրենքի հետևանքը:

Նկարից երևում է, որ dt ժամանակամիջոցում շառավիղ-վեկտորով գծած dS մակերեսը հավասար է եռանկյան Vdt հիմքի և եռանկյան l բարձրության արտադրյալի կեսին, ընդ որում եռանկյան բարձրությունը համընկնում է մոլորակի $m\vec{V}$ իմպուլսի բազուկի հետ՝ Արեգակի նկատմամբ.

$$dS = \frac{1}{2} lVdt = \frac{L}{2m} dt$$

(L-ը մոլորակի իմպուլսի մոմենտն է և հավասար է mVl–ի):

$\frac{dS}{dt}$ արտահայտությունը կոչվում է սեկտորիալ արագություն:

Այսպիսով՝ $\frac{dS}{dt} = \frac{L}{2m}$:

Ուժերի կենտրոնական դաշտում իմպուլսի մոմենտը մնում է հաստատուն: Հետևաբար, մոլորակի սեկտորիալ արագությունն էլ պետք է հաստատուն լինի: Դա նշանակում է, որ հավասար ժամանակամիջոցներում շառավիղ- վեկտորը գծում է միատեսակ մակերեսներ:

Ստուգողական հարցեր:

• Ի՞նչն է կոչվում ուժի մոմենտ, իմպուլսի մոմենտ անշարժ կետի մնատմամբ, անշարժ առանցքի մկատմամբ: Ինպե՞ս է որոշվում նրանց ուղղությունները:

• Ի՞նչն է հանդիսանում իմպուլսի մոմենտի փոփոխության պատճառը:

• Դուս բերել և ձևակերպել պտտական շարժման դինամիկայի հիմնական հավասարումը:

• Ի՞նչն է մարմնի իներցիայի մոմենտը:

•Ո՞րն է իներցիայի մոմենտի դերը պտտական շարժման դեպքում:

• Ինչպիսի՞ համակարգերում պահպանվում իմպուլսի մոմենտը: Բերել օրինակներ:

• Ինչի՞ է հավասար բացարձակ պինդ մարմնի պտտական շարժման կինետիկ էներգիան:

• Ձևակերպել և բացատրել Հյուգենս –Շտեյների թեորեման:

• Ձևակերպել Հուկի օրենքը: Ե՞րբ է այն ճիշտ:

• Ո՞րն է Յունգի մոդուլի ֆիզիկական իմաստը:

• Ձևակերպել տիեզերական ձգողության օրենքը:

• Ինչպե՞ս է որոշվում տիեզերական ձգողության հաստատունը: Որն է նրա ֆիզիկական իմաստը:

• Մոլորակից ին՞չ բարձրության վրա ազատ անկման արագացումը կլինի երկու անգամ ավելի փոքր քան մոլորակի մակերևույթին:

• Ինչու՞մ է կայանում ծանրության ուժի և մարմնի կշռի տարբերությունները:

• Ձևակերպել Կեպլերի օրենքները:

Խնդիրներ:

1. Թեք հարթության միևնույն կետից սկսում են առանց սահքի գլորվել միևնույն զանգվածն ունեցող գլանը և գունդը: Գնդի շառավիղը հավասար է գլանի հիմքի շառավղին: Որոշել 1) նույն մակարդակին հասած գլանի և գնդի արագությունների հարաբերությունը; 2) շարժումն սկսելուց որոշ ժամանկ անց նրանց արագությունների հարաբերությունը: [1)$^{14}/_{15}$, 2) $^{14}/_{15}$]

2. $R = 0.5\,մ$ շառավղով համասեռ սկավառակի եզրակետի վրա շոշափողի երկայնքով կիրառված է $F = 100\,Ն$ հաստատուն ուժ: Պտույտի ժամանակ սկավառակի վրա

ազդում է նաև $M = 2\,Ն.մ$ շփման ուժի մոմենտ: Որոշել սկավառակի m զանգվածը, եթե հայտնի է, որ այն պտտվում է $12\ ռադ/վ^2$ հաստատուն անկյունային արագացմամբ: [32կգ]

3. Անշարժ ճախարակի, որը իրենից ներկայացնում է $m = 1\,կգ$ զանգվածով հոծ գլան, վրայով գցված անկշիռ թելի ծայրերից կախված են $m_1 = 1\ կգ$ և $m_2 = 2\,կգ$ զանգվածներով մարմիններ: Անտեսելով ճախարակի առանցքի հետ շփումը որոշել 1)մարմինների արագացումը; 2) թելի լարման ուժերի հարաբերությունը: [$2.8\,մ/վ$; 2)1.11]

4. Անիվը, որի իներցիայի մոմենտը $2\,կգմ^2$ է կատարում է հավասարաչափ դանդաղող պտտական շարժում և $t = 1\,վ$ ընթացքում նրա հաճախությունը փոքրանում է $n_1 = 300\ րոպ^{-1}$–ից մինչև $n_2 = 180\ րոպ^{-1}$: Որոշել 1) անիվի անկյունային արագացումը; 2) արգելակող ուժի մոմենտը; 3) արգելակող ուժի աշխատանքը: [1)0.21 $ռադ/վ$;2) 0.42 Ն; 3) 630 Ջ]

5. Որոշել ալյումինե ձողի հարաբերական երկարացումը, եթե նրա ձգման վրա կատարված աշխատանքը հավասար է 62.1 Ջ: Չդեֆորմացված ձողի երկարությունը 2մ է , լայնական հատույթի մակերեսը $1\,մմ^2$, Յունգի մոդուլը՝ $E = 69\,ԳՊա$: [0.03]

6. Երկու միատեսակ համասեռ միատեսակ նյութից պատրաստված գնդեր հպված են իրար: Ինչպես կփոխվի նրանց ձգողության ուժը, եթե գնդերի զանգվածները մեծացնենք չորս անգամ: [կմեծանա 6.25 անգամ]

7. Գնդաձև մոլորակի նյութի խտությունը է $\rho = 3\ գ/սմ^3$: Ինչպիսին պետք է լինի մոլորակի իր առանցքի շուրջը պտտման պարբերությունը, որպեսզի նրա հասարակածում մարմինները գտնվեն անկշռելիության վիճակում: [$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 1.9\ ժամ$]

Մեխանիկական տատանումներ:

Բնության մեջ տարածված մեխանիկական շարժման տեսակ է հանդիսանում տատանողական շարժումը: Մեխանիկական տատանումները դրանք այն շարժումներն են որոնք ժամանակի ընթացքում նույնությամբ կրկնվում են և հերթականորեն տեղի են ունենում հակադիր ուղղություններով: Տատանողական շարժման տարբերիչ առանձնահատկությունը դա շարժման կրկնողականությունն է կամ պարբերականությունը: Տատանողական շարժման պարզագույն օրինակ է հանդիսանում ներդաշնակ տատանումները: Դրանք այն տատանումներն են, որը նկարարագրող ֆիզիկական մեծությունների ժամանակից կախված փոփոխությունները տեղի են ունենում սինուսի կամ կոսինուսի օրենքով: Օրինակ տատանվող մարմնի կոորդինատի կախումը ժամանակից ունենա հետևյալ տեսքը.

$$x = asin(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ կամ } x = acos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

որտեղ a, ω_0 և φ_0 ժամանակից կախում չունեցող հաստատուններ են:

Տատանումները լինում են երկու տեսակի՝ ազատ և հարկադրական:

Այն տատանումները, որոնք առաջանում են համակարգում ներքին ուժերի ազդեցությամբ, երբ համակարգը դուրս է բերվում հավասարակշռության դիրքից , կոչվում են ազատ տատանումներ:

Արտաքին պարբերաբար փոփոխվող ուժի ազդեցությամբ տեղի ունեցող տատնումները կոչվում են հարկադրական:

Որպեսզի համակարգում տեղի ունենան ազատ տատանումներ անհրաժեշտ է, երբ համակարգը հանվի հավասարակշռության վիճակից, առաջանան ուժեր, որոնք ձգտեն համակարգը վերադարձնել հավասարակշռության դիրք: Եթե վերադարձնող ուժը ունի $\vec{F} = -k\vec{r}$ $(k = const > 0)$ տեսքը, ապա, անկախ նրա բնույթից, անվանում են քվազիառաձգական: Եթե տատանողական համակարգում գործում են միայն քվազիառաձգական ուժեր, ապա էներգիայի կորուստները համակարգում բացակայում են և տատանումները ժամանակի ընթացքում չեն մարի:

Ցույց տանք, որ քվազիառաձգական ուժերի ազդեցությամբ տեղի ունեցող տատանումները ներդաշնակ են: Ենթադրենք նյութական կետը x առանցքի երկայնքով կատարում է տատանումներ քվազիառաձգական ուժի ազդեցությամբ: Համաձայն Նյուտոնի երկրորդ օրենքի շարժումը նկարագրող հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$ma_x = F_x \qquad (1)$$

որտեղ m-ը նյութական կետի զանգվածն է, $a_x = \ddot{x}$, $F_x = -kx$: Հաշվի առնելով դա կարող ենք (1) հավասարումը գրել հետևյալ տեսքով.

$$m\ddot{x} = -kx \text{ կամ } \quad \ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

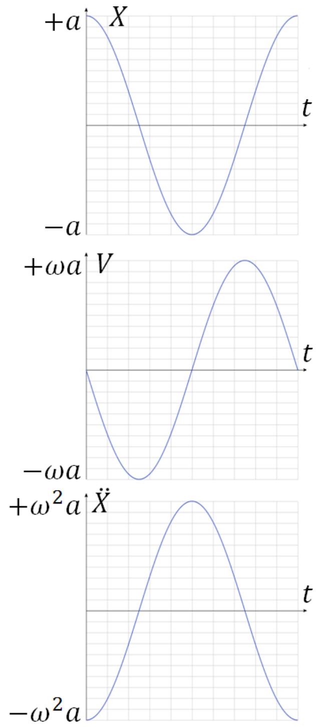
Հավասարումը՝ ներկայացված հետևյալ տեսքով

$$\ddot{x} = -\omega_o^2 x$$

կոչվում է ներդաշնակ տատանումների դիֆերենցիալ հավասարում, որտեղ $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ կոչվում է ներդաշնակ տատանման շրջանային հաճախություն: Դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունից հայտնի է, որ տվյալ հավասարման ընդհանուր լուծումը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$x = asin(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ կամ } x = acos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

Որտեղ a և φ_0 հաստատուններ են և որոշվում են սկզբնական պայմաններից, համապատասխանաբար կոչվում են տատանման լայնույթ և սկզբնական փուլ:



Ներդաշնակ ֆունկցիայի փուլը՝ $\varphi = (\omega_0 t + \varphi_0)$ կոչվում է տատանման փուլ:

Այն նվազագույն ժամանակամիջոցը՝ T , որից հետո տատանումը նկարագրող ֆիզիկական մեծությունների ընդունած արժեքները կրկնվում են կոչվում է տատանման պարբերություն: Տատանումների պարբերությունը յուրաքանչյուր տատանման տևողությունն է: Հետևաբար՝ պարբերության հակադարձ մեծությունը ցույց կտա միավոր ժամանակամիջոցում տատանումների թիվը, որն անվանում են տատանումների հաճախություն և նշանակում են ν տառով: $\nu = \frac{1}{T}$:

Գտնենք ներդաշնակ տատանում կատարող նյութական կետի ակընթարթային արագության և արագացման արժեքները.

$$V_x(t) = \dot{x} = -a\omega_o sin(\omega_o t + \varphi_o) = a\omega_o cos(\omega_o t + \varphi_o + \frac{\pi}{2}) \qquad (2)$$

և $$a_x(t) = \ddot{x} = -a\omega^2 cos(\omega_o t + \varphi_o) = a\omega^2 cos(\omega_o t + \varphi_o + \pi)$$

Ինչպես երևում է ստացված արտահայտություններից արագացումը և շեղումը գտնվում են հակառակ փուլերում: Դա նշանակում է, որ այն պահին, երբ շեղումը հասնում է առավելագույն դրական արժեքի, արագացումը ձեռք է բերում առավելագույն բացասական արժեք և հակառակը: Նկարում համադրված են շեղման, արագության և արագացման գրաֆիկները:

Քվազիառաձգական ուժը կոնսերվատիվ ուժ է: Ուստի ներդաշնակ տատանման լրիվ էներգիան պետք է մնա հաստատուն: Տատանման ընթացքում կինետիկ էներգիան փոխակերպվում է պոտենցիալի և հակառակը: Ընդ որում հավասարակշռության դիրքից առավելագույն շեղման պահին լրիվ էներգիան բաղկացած է միայն պոտենցիալ էներգիայից, որը հասնում է իր առավելագույն արժեքին $E = E_{pmax} = \frac{ka^2}{2}$, իսկ երբ համակարգն անցնում է հավասարակշռության դիրքով, լրիվ էներգիան բաղկացած է միայն կինետիկ էներգիայից, որը այդ պահին հասնում է իր առավելագույն արժեքին $E = E_{kmax} = \frac{mV_{max}^2}{2} = \frac{ma^2\omega^2}{2}$

Ժամանակի կամայական պահին ներդաշնակ տատանման կինետիկ և պոտենցիալ էներգիանները կորոշվեն.

$$E_k = \frac{mV_x^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2 \; sin^2(\omega_o t+\varphi_o)}{2}, E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{ka^2}{2}cos^2(\omega_o t + \varphi_o)$$

Գումարելով այս արտահայտությունները լրիվ էներգիայի համար կունենանք.

$$E = E_k + E_p = \frac{ka^2}{2} = \frac{mV_{max}^2}{2}$$

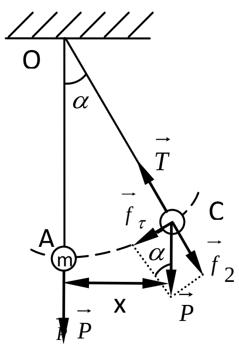
Այսպիսով ներդաշնակ տատանման լրիվ էներգիան հաստատուն է:

ՄԱԹԵՄԱՏԿԱԿԱՆ ՃՈՃԱՆԱԿ

Մաթեմատիկական ճոճանակ է կոչվում այն իդեալականացված համակարգը, որը բաղկացած է անկշիռ և չձգվող թելից, որից կախված է մի կետում կենտրոնացված զանգված:

Որպես մաթեմատիկական ճոճանակ կարող է ծառայել երկար, բարակ թելից կախված ոչ մեծ ծանր գնդիկը:

Շեղենք ճոճանակը հավասարակշռության դիրքից α անկյունով և բաց թողնենք: Գնդիկը կշարժվի դեպի հավասարակշռության դիրքը մի արագացումով, որը առաջացել է $\vec{P} = \overrightarrow{mg}$ ծանրության ուժի և թելի ձգման $\vec{T}$ ուժի ազդեցության տակ :



Հասնելով հավասարակշռության դիրքը, որտեղ $\vec{f}_\tau$ արագացնող ուժը հավասար է զրոյի, գնդիկը իներցիայով կանցնի այդ վիճակը, և այնուհետև կսկսի արգելակվել այդ նույն ուժով: Ճոճանակը հավասարակշռության դիրքից շեղելու դեպքում՝ *0* կետի նկատմամբ առաջանում է *M* պտտող մոմենտ, որը մեծությամբ հավասար է $mgl\sin\alpha$. *m*-ը զանգվածն է, իսկ l -ը՝ ճոճանակի երկարությունը: Այդ մոմենտն ուղղված է այնպես, որ ձգտում է ճոճանակը վերադարձնել հավասարակշռության դիրքին: Շեղման (պտույտի) փոքր անկյան դեպքում α -ն իրենից կներկայացնի վեկտոր, որն ուղղված է պտույտի առանցքի երկայնքով: Ընդ որում, ուժի մոմենտը $\vec{M}$ -ը և պտույտի $\vec{\alpha}$ անկյունը ուղղված են միմյանց հակառակ:

$$M = -mgl\sin\alpha :$$

Ճոճանակի տատանումները կարելի է ներկայացնել որպես պտտական շարժում 0 կետով անցնող և նկարի հարթությանը ուղղահայաց առանցքի շուրջը: Ուստի այս շարժման համար կարելի է կիրառել պտտական շարժման դինամիկայի հիմնական հավասարումը.

$$I\ddot{\alpha} = M \text{ կամ } I\ddot{\alpha} = -mgl\sin\alpha ,$$

որտեղ I-ին ճոճանակի իներցիայի մոմենտն է կախման կետի նկատմամբ: Մաթեմատի-կական ճոճանակի համար իներցիայի մոմենտը կախման կետով անցնող առանցքի նկատմամբ կլինի. $I = ml^2$, հետևաբար

$$ml^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl\sin\alpha\ ,$$

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l}\sin\alpha = 0\ :$$

Սահմանափակվենք փոքր տատանումների քննարկումով: Այս դեպքում կարելի է ըն-դունել, որ $\sin\alpha \approx \alpha$: Բացի սրանից մտցնենք հետևյալ նշանակումը.

$$\frac{g}{l} = \omega_o^2\ :$$

Կստանանք հետևյալ հավասարումը.

$$\ddot{\alpha} + \omega_o^2\alpha = 0\ : \qquad (1)$$

(1) հավասարումը իրենից ներկայացնում է ներդաշնակ տատանումների դիֆերենցիալ հավասարում : Այդ հավասարման լուծումն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\alpha = \alpha_o\cos(\omega_o t + \varphi)\ ,$$

հետևաբար մաթեմատիկական ճոճանակի հավասարակշռության դիրքից փոքր շեղումնե-րի դեպքում, α շեղումը ըստ ժամանակի կփոփոխվի ներդաշնակ օրենքով, իսկ տատանման պարբերությունը կորոշվի հետևյալ բանաձևով.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ :$$

Մարող տատանումներ:

Ներդաշնակ տատանումների հավասարումը արտածելիս ենթադրեցինք, որ տատանվող կետը գտնվում է միայն քվազիառաձգական ուժի ազդեցության տակ: Սակայն ցանկացած իրական տատանողական համակարգում միշտ գոյություն ունեն դիմադրության ուժեր, որոնց ազդեցությամբ փոքրանում է համակարգի էներգիան: Եթե էներգիայի նվազումը չի լրացվում արտաքին ուժերի կատարած աշխատանքի հաշվին, տատանումները մարում են:

Քննարկենք տատանումները, երբ համակարգը գտնվում է միայն քվազիառաձգական և միջավայրի դիմադրության ուժերի ազդեցության տակ: Սահմանափակվենք փոքր տատանումների քննարկումով: Այս դեպքում համակարգի արագությունը նույնպես կլինի փոքր, իսկ ոչ մեծ արագությունների դեպքում ՝ դիմադրության ուժը ուղիղ համեմատական է արագության մեծությանը, այսինքն՝ $F_r = -rV = -r\dot{x}$, որտեղ r-ը հաստատուն է և կոչվում է դիմադրության գործակիցը, (-) նշանը պայմանավորված է նրանով, որ F–ը և V-ն ունեն հակառակ ուղղություններ:

Տատանվող մարմնի համար գրենք Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը՝

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}$$

Այն արտագրենք հետևյալ ձևով՝

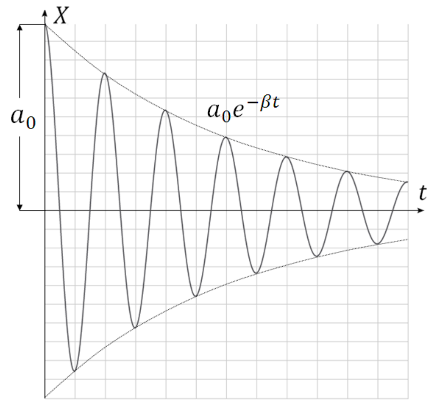
$$\ddot{x} + 2\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\omega_0^2 x} = \boldsymbol{0},$$

որտեղ օգտագործված են հետևյալ նշանակումները՝

$$2\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{m}}, \boldsymbol{\omega_0^2} = \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}$$

Նշենք, որ ω_0–ն այն հաճախությունն է որով կկատարվեին համակարգի ազատ տատանումները միջավայրի դիմադրության բացակայության դեպքում, այսինքն՝ $r = 0$ –ի դեպքում: Այս հաճախությունը կոչվում է համակարգի տատանումների սեփական հաճախություն: $\beta < \omega_0$ պայմանի դեպքում դիֆերենցիալ հավասարման լուծումը կլինի.

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$



որտեղ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ կոչվում է մարող տատանման հաճախություն, a_0-ն տատանման լայնույթն է ժամանակի սկզբնական պահին: Նշված ֆունկցիայի տեսքով կատարվող շարժումը կարելի է դիտել որպես փոփոխվող լայնույթով և ω հաճախությամբ տեղի ունեցող ներդաշնակ տատանում: Մարող տատանման լայնույթը որոշվում է $a_0 e^{-\beta t}$ արտահայտությամբ: Տատանումների մարման արագությունը բնութագրվում է $\boldsymbol{\beta = \frac{r}{2m}}$ մեծությամբ, որը կոչվում է մարման գործակից: Գտնենք այն τ ժամանակը՝ որի ընթացքում լայնույթը փոքրանում է e անգամ: Ըստ սահմանման $e^{-\beta\tau} = e^{-1}$, որտեղից $\beta\tau = 1$: Հետևաբար, մարման գործակցի մեծությունը հակադարձ համեմատական է այն ժամանակամիջոցին, որի ընթացքում լայնույթը փոքրանում է e անգամ: Մարող տատանումների պարբերությունը՝

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}:$$

Մի պարբերությամբ իրարից տարբերվող ժամանակի պահերին համապատասխանող լայնույթների արժեքների հարաբերությունը՝

$$\frac{a(t)}{a(t+T)} = e^{\beta T}$$

Այս հարաբերությունը կոչվում է մարման դեկրեմենտ, իսկ նրա լոգարիթմը՝ մարման լոգարիթմական դեկրեմենտ.

$$\lambda = ln\frac{a(t)}{a(t+T)} = \boldsymbol{\beta T}$$

Ստուգողական հարցեր:

- Թվարկել ազատ տատանումների առաջացման անհրաժեշտ պայմանները:
- Ո՞ր տատանումներն են կոչվում ներդաշնակ:
- Գրել ներդաշնակ տատանում կատարող մարմնի կոորդինատի , արագության և արագացման կախվածությունը ժամանակից: Ինչպիսի՞ն է նրանց փուլերի շեղումը:
- Հավասարակշռության դիրքից հաշված, որքա՞ն ժամանակամիջոցում նյութական կետը կանցնի լայնույթի առաջին կեսը:

• Ինչպե՞ս է ուղղված մաթեմատիկական ճոճանակի բեռի վրա ազդող ուժերի համազորը ճոճանակի ամենամեծ շեղման դիրքում:

• Ինչու՞ են իրական տատանումները մարող:

• Ի՞նչ է ցույց տալիս մարման գործակիցը:

• Ի՞նչ մեծություններով են բնութագրվում մարող տատանումները:

Խնդիրներ:

1. Նյութական կետը տատանվում է հետևյալ օրենքով $x = x_0 \sin(2\pi t + \frac{\pi}{6})$: Ժամանակի որ պահին նրա կինետիկ էներգիան կհավասարվի պոտենցիալ էներգիային:[$^1/_{24}$ վ]
2. m զանգվածով մարմինը տատանվում է հետևյալ օրենքով $x = x_0 \sin \omega t$: Որոշել մարմնի վրա ազդող ուժը և նրա առավելագույն կինետիկ էներգիան:[$F = -m x_0 \omega^2 sin\omega t$; $E_{կmax} = \frac{m\omega^2 x_0^2}{2}$]
3. $m = 0.1$ $կգ$ զանգվածով և $l = 1մ$ երկարությամբ մաթեմատիկական ճոճանակը կատարում է ներդաշնակ տատանումներ $\alpha = 0.25 sin 2\pi t$ օրենքով: Որոշել թելի լարման ուժը $t = {}^T/_2$ պահին:[1.2Ն]
4. Մեխանիկական ճոճանակի տատանման սկզբնական լայնույթը $A_1 = 20սմ$, իսկ 10 լրիվ տատանումից հետո այն հավասարվում է $A_{10} = 1սմ$: Որոշել մարման լոգարիթմական դեկրեմենտը և մարման գործակիցը, եթե տատանման պարբերությունը $T = 5վ$:[λ=0.264; $\boldsymbol{\beta}$=0.0528]

Ֆիզիկայի կիրառությունը կենսաբանական երևույթներում:

Չնայած կենսաբանական օրգանիզմներում ընթացող պրոցեսները շատ բարդ են և փոխադարձաբար իրար հետ կապված, այնուամենայնիվ նրանցից միշտ կարելի է առանձնացնել այնպիսիները, որոնք մոտ են ֆիզիկական պրոցեսներին: Օրինակ, այնպիսի կենսաբանական բարդ պրոցես ինչպիսին այրան շրջանառությունն է , ֆիզիկական պրոցես է, քանի որ այն կապված է հեղուկի հոսքի հետ (հիդրոդինամիկա), առաձգական տատանումների տարածումը երակներով (տատանումներ և ալիքներ) , սրտի մեխանիկական աշխատանքը (մեխանիկա), բիոպոտենցիալի գեներացիան (էլեկտրականություն) և այլն: Շնչառությունը կապված է գազի շարժման հետ (աէրոդինամիկա):

Օրգանիզմներում բացի ֆիզիկական միկրոպրոցոսներից , տեղի են ունենում մոլեկուլյար պրոցեսներ, որոնք վերջին հաշվով որոշում են կենսաբանական օբյեկտների վարքը: Այսպիսի միկրոպրոցեսների ֆիզիկայի իմացությունը անհրաժեշտ է , որպեսզի ճիշտ գնահատվի օրգանիզմի վիճակը, մի շարք հիվանդությունների բնույթը, դեղերի ազդեցությունը և այլն: Նշված հարցերով ֆիզիկան այնքան է կապված կենսաբանության հետ, որ առաջ է եկել ինքնուրույն կենսաֆիզիկա գիտությունը, որը ուսումնասիրում է կենդանի օրգանիզմներում ընթացող ֆիզիկական , ֆիզիկաքիմիական պրոցսները, ինչպես նաև կենսաբանական օրգանիզմների նուրբ կառուցվածքը նրանց ձևավորման բոլոր էտապներում:

Կենսաբանական օբյեկտների ուսումնասիրության և դիագնոստիկայի մի շարք մեթոդների հիմքում ընկած են ֆիզիկական սկզբունքներ: Մեծամասամբ ժամանակակից բժշկական սարքերը կառուցվածքով ֆիզիկական սարքեր են:

Արյան ճնշումը՝ մեխանիկական մեծություն է, որը չափելով գնահատվում է առողջական վիճակը:

Օրգանիզմի ներսում գտնվող օրգանների ձայնը լսելով կարելի է գնահատել նրանց աշխատանքը:

Բժշկական ջերմաչափը, որը աշխատում է սնդիկի ջերմային ընդարձակման վրա, բժշկության մեջ լայն տարածում ստացած դիագնոստիկ սարք է:

Լայն կիրառություն են ստացել այնպիսի դիագնոստիկ մեթոդները, որոնք հիմնված են կենդանի օրգանիզմում առաջացող բիոպոտենցիալների չափման վրա: Դրանցից ամենահայտնին էլեկտրոկարդիոգրաֆի մեթոդն է, որի ժամանակ գրանցվում է այն բիոպոտենցիալը, որը բնութագրում է սրտի աշխատանքը: Հանրահայտ է միկրոսկոպի դերը կենսաբանական հետազոտություններում: Ժամանակակից բժշկական սարքերը հինված վալակոնային օպտիկայի վրա հնարավորություն են տալիս տեսնել օրգանիզմի ներքին խոռոչները:

Սպեկտրալ անալիզը լայն կիրառություն ունի կենսաբանության , դեղագիտության և այլ բնագավառներում: Լայն կիրառություն ունեն դիագնոստիկայում նաև ատոմային և միջուկային ֆիզիկայի մեթոդները, օրինակ ռենտգենադիագնոստիկա: Էլեկտրական և էլեկտրամագնիսական ազդեցությունները կիրառվում են ֆիզոտերապիայում: Բուժման նպատակով օգտագործվում է անդրամանուշակակույն, ենթակարմիր, ռենտգեն և գամմա ճառագայթներ:

Ֆիզիկայի օրենքները կիրառվում են կենսաբանական օբյեկտների ուսումնասիրության համար տարբեր սարքավորումներ ստեղծելու համար: Օրինակ իմպուլսի պահպանման օրենքի վրա հիմնված, սրտի աշխատանքի մեխանիկական դրսևորումների ուսումնասիրության, բալիստոկարդիոգրաֆ սարքի աշխատանքը: Սրտի աշխատանքի ինչպես նաև արյան հոսքի մասին անհրաժեշտ ինֆորմացիան ստացվում է ուսումնասիրելով թեթև հարթակի վրա պառկած մարդու շարժումը:

Պտտական շարժման ուսումասիրությունների հիման վրա ստեղծվել է ուլտրացենտրիֆուգ սարքը, որը հնարավորություն է տալիս բաժանել հեղուկի մեջ լուծված 100 նմ- ից փոքր մասնիկները իրարից: Այս սարքը լանորեն կիրառվում է բիոպոլիմերների , վիրուսների , սուբ ցանցային մասնիկների բժշկա-կենսաբանական հետազոտություններում: Այս եղանակով մասնիկների բաժանումը տեղի է ունենում շատ արագ, ինչ շատ կարևոր է կենսաֆիզիկական հետազոտությունների ժամանկ, քանի որ ուսումնասիրվող օբյեկտների հատկությունները կարող են փոխվել շատ արագ:

Դոպլերի էֆֆեկտը օգտագործվում է ձայնի աղբյուրի միջավայրի նկատմամբ շարժման արագությունը որոշելու համար: Դրա հիման վրա է ստեղծված մարդկանց կամ կենդանիների արյունատար անոթներով հոսող արյան արագությունը որոշող սարքերը:

Ձայնի արտաբերելը, լսողությունը, տեսողությունը ֆիզիկական պրոցեսներ են, որոնց ուսումնասիրությունը նույնպես իրականցվում է ֆիզիկական մեթոդներով:

Ձայնը կարող է հանդիսանալ մարդու ներքին օրգանների վիճակի մասին ինֆորմացիայի աղբյուր: Հիվանդությունների դիագնոստիկայի տարածված մեթոդ է հանդիսանում օրգանների արտաբերած ձայնի լսումը ֆոնենդոսկոպով:

Անրաձայնի կիրառությունը բժշակա-կենսաբանությունում կարելի է բաժանել երկու ուղղությունների,

1. Դիագնոստիկայի և հետազոտության մեթոդներ;
2. Ազդեցության մեթոդներ:

Առաջին ուղղությանը վերաբերվում են լոկացիոն մեթոդները, որտեղ օգտագործվում են անրաձայնի իմպուլսային ճառագայթները: Այս մեթոդի հիման վրա ստեղծված սարքերից են. ա) էխոէնցեֆալոգրաֆը, որի օգնությամբ որոշվում է ուռուցքների և արյան զեղումների գոյությունը գլխուղեղում; բ) անրաձայնային կարդիոգրաֆը- չափում է սրտի չափերը շարժման ընթացքում; գ) անրաձայնային լոկացիա- ուսումնասիրվում է աչքի միջավայրը; դ) անրաձայնային Դոպլերի էֆֆեկտով ուսումնասիրվում է սրտի փականների աշխատանքը; ե) անրաձայնի տարածման արագությամբ որոշվում վնասված ոսկորի տեղը:

Երկրորդ ուղղությունը վերաբերվում է անրաձայնային ֆիզոտերապիային, որի ժամանկ մաշկի վրա տեղի ունի մեխանիկական և ջերմային ազդեցություններ:

Անրաձայնը մահացու ազդեցություն է ունենում միկրոբների վրա:

Թվարկված մեթոդները կարևոր , բայց ոչ լրիվ մեթոդներն են, որոնք կիրառվում են կենսաֆիզիկայում: Կան բազմաթիվ այլ ֆիզիկական մեթոդներ, որոնց մենք կանգ չառանք և նրանց թիվը ֆիզիկայի զարգացմանը զուգնթաց անընդհատ աճում է: