

Аналитическая модель процесса неосесимметричной вытяжки

Проведен анализ напряженно-деформированного состояния процесса неосесимметричной вытяжки, на основе чего разработана аналитическая модель этого процесса. Получены зависимости для компонент напряжений в пластической области. Установлена взаимосвязь между скоростью изменения окружного сжимающего напряжения на периферийной зоне деформируемой заготовки и величиной касательного напряжения. На этой основе дана численная оценка увеличения предельного коэффициента вытяжки, незначительно отличающегося от аналогичной величины, определяемого по равенству наибольшего меридионального напряжения пределу текучести материала в опасном сечении заготовки.

Ключевые слова: коробчатая деталь; вытяжка; биссектриса; предельный коэффициент вытяжки.

The analysis of stress-strain state non axis symmetric drawing process, which was developed based on an analytical model of the process. Obtained the dependencies for the components of the stress in the plastic region. The relationship between changes in the district velocity compressive stress on the peripheral area of the amount of shear stress. On this basis, it is given a numerical grade to increase the limit drawing ratio slightly different from equivalent value determined by the equality of the greatest meridional stress to the yield strength of the material at dangerous section of the blank.

Keywords: box-shaped parts; drawing; bisector; limit drawing ratio.

Среди процессов формоизменения листового металла неосесимметричная вытяжка является одной из наименее изученной, что в определенной степени затрудняет разработка научно-обоснованной технологии изготовления изделий типа тонкостенных оболочек разной конфигурации. Основное внимание исследователей было направлено на решение частной задачи с целью объяснения экспериментально установленного факта, увеличения предельного коэффициента вытяжки в 1,5-2 раза,

при однооперационной вытяжке невысоких коробок с относительно большими радиусами угловых скруглений, по сравнению с вытяжкой цилиндрических деталей [1,2 и др.].

Трудности разработки аналитической модели процесса неосесимметричной вытяжки связаны с тем, что в угловой части заготовки наряду с нормальными напряжениями, действующие относительно деформирующего инструмента в меридиональном и окружном направлениях, возникают и касательные напряжения, существенно осложняющие анализ процесса.

В [3] предложен один из возможных вариантов объяснения увеличения предельного коэффициента при вытяжке коробчатых деталей, основанный на предположении о росте по абсолютной величине окружных сжимающих напряжений, действующие по биссектрисе углового участка на периферийной части заготовки. На основе указанного предположения установлено, что теоретически возможный коэффициент при вытяжке коробчатых деталей не может превышать величину $K = R/r \Rightarrow \exp(1 + 1/\sqrt{3}) \approx 4,84$, где r – радиус скругления в сопряжениях плоских стенок коробчатых деталей: R – расстояние от центра скругления до края заготовки по биссектрисе угла.

В настоящей работе, являющейся продолжением [3], ставится задача разработки аналитической модели процесса неосесимметричной вытяжки и на ее основе установление взаимосвязи между величиной и характером распределения касательных и нормальных напряжений, что позволит обосновать увеличение предельного коэффициента, вследствие прироста по абсолютной величине окружных сжимающих напряжений на периферийной части заготовки.

Рассмотрим деформирование элементов во фланце заготовки при неосесимметричной вытяжке. Выберем в срединной поверхности заготовки систему прямоугольных координат с осью z , проходящей в направлении толщины, осью ρ , проходящей в меридиональном направлении и осью θ , проходящей в окружном

направлении и перпендикулярной к осям ρ и z . В качестве начала отсчета координаты ρ примем центр радиуса скругления r , а координаты θ – направление биссектрисы.

Считается, что исходная листовая заготовка постоянной толщины деформируется в условиях плоского напряженного состояния [1]. В этом случае напряжения $\sigma_z, \tau_{\rho z}, \tau_{\theta z}$ в системе выбранных координат равны нулю, а компоненты $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \tau_{\rho\theta}$ не зависят от координаты z . Принимается, что толщина листовой заготовки s мала по сравнению с поперечными размерами, вследствие чего под $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \tau_{\rho\theta}$ подразумеваются осредненные по толщине значения соответствующих компонент напряжений.

В этих условиях дифференциальные уравнения равновесия элемента заготовки постоянной толщины и условие текучести Мизеса (энергетическое условие пластичности) при плоском напряженном состоянии имеют вид (Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Изд-во Наука, 1969, 420 с):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\sigma_\rho^2 - \sigma_\rho \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 + 3\tau_{\rho\theta}^2 = \sigma_s^2. \quad (2)$$

Отсутствие в научно-технической литературе корректных аналитических решений уравнений (1) и (2) позволяет производить определенную схематизацию процесса формоизменения при неосесимметричной вытяжке и использовать ряд допущений.

В качестве основного допущения примем, что в пластической области с размерами $r \leq \rho \leq R; 0 \leq \theta \leq \pi/2$, по мере увеличения координаты θ нормальные напряжения уменьшаются и на прямой, раграничивающей пластические и жесткие (упругие) области при $\theta = \pi/2$, становятся равными нулю, а касательные напряжения

растут и согласно (2) на границе жестко-пластических областей принимают наибольшее возможное значение при плоском напряженном состоянии $\tau_{\rho\theta} = \tau_{\max} = \pm \sigma_s / \sqrt{3}$.

При плоском напряженном состоянии реализуется объемное деформированное состояние - $\varepsilon_z \neq 0$, вследствие чего толщина листового металла в пластической области становится переменной - $s = s(\rho; \theta)$. В направлении биссектрисы углового участка, из условия симметрии следует, что при $\theta = 0$; $\tau_{\rho\theta} = 0$ и первое уравнение системы (1) и условие пластичности (2) преобразовываются в общеизвестные уравнения на случай заготовки переменной толщины и принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho \left(1 + \frac{\rho ds}{s d\rho} \right) - \sigma_\theta &= 0; \\ \sigma_\rho^2 - \sigma_\rho \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 &= \sigma_s^2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Необходимо отметить, что σ_ρ и σ_θ в (1,2) являются текущими нормальными напряжениями, а в (3) – главными.

Из (3) следует, что задача является статически неопределимой (имеется два уравнения, а необходимо определить три неизвестные функции - $\sigma_\rho, \sigma_\theta, s$), поэтому для анализа напряженно-деформированного состояния становится необходимым применение уравнений связи между напряжениями и приращениями деформаций, а также допустимо использование результатов аналитического решения, полученного для осесимметричной вытяжки.

В [4] исходные уравнения теории пластического течения при осевой симметрии деформирования, а именно система уравнений (3), условие постоянства объема и уравнения связи между напряжениями и приращениями деформаций приведены к единой структуре и представлены на девиаторной плоскости цилиндра пластичности Мизеса в виде простой пропорциональной зависимости между приращениями меридионального напряжения и эквивалентной деформацией - $d\sigma_\rho = \sigma_s d\varepsilon_i$. При этом

меридиональные и окружные напряжения, действующие по главному направлению (по биссектрисе углового участка) и удовлетворяющие второму уравнению системы (3), имеют вид [4]:

$$\sigma_\rho = \sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right); \sigma_\theta = -\sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\varphi, \quad (4)$$

где φ – угол вида деформированного состояния, меняющийся в рассматриваемой задаче в пределах $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

В [5] установлена взаимосвязь между углом вида деформированного состояния и относительной меридиональной координатой в главном направлении – $\rho/r = \exp\left[1 - 2/\sqrt{3} \times \cos(\varphi + \pi/6)\right]$ (по биссектрисе углового участка). Из этой взаимосвязи для неосесимметричной вытяжки следует, что при $1 \leq \rho/r \leq 2,718$ реализуется двухосное разноименное напряженное состояние ($\sigma_\rho \sigma_\theta \leq 0; \sigma_\rho \geq 0; \sigma_\theta \leq 0$), а при $2,718 \leq \rho/r \leq 4,84$ напряженное состояние меняет знак и становится двухосно одноименным ($\sigma_\rho \sigma_\theta \geq 0; \sigma_\rho \leq 0; \sigma_\theta \leq 0$) (рис.1).

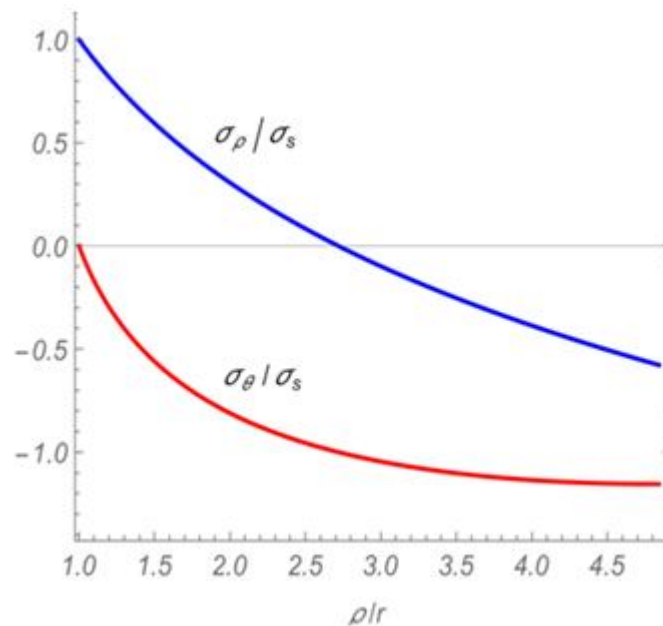


Рис.1 Распределение главных нормальных напряжений по биссектрисе

углового участка при вытяжке прямоугольных коробок

Согласно принятого ранее основного допущения представим текущие величины нормальных напряжений в виде двух множителей

$$\sigma_\rho = \sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \times F(\theta); \sigma_\theta = -\sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\varphi \times F(\theta). \quad (5)$$

Первые множители в (5), согласно (4), характеризуют распределение главных нормальных напряжений по биссектрисе углового участка заготовки, а второй – определяет характер уменьшения этих напряжений при увеличении полярного угла в пределах $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Очевидно, что в рассматриваемой задаче должны иметь место следующие граничные условия: при $\theta = 0; F(\theta) = 1$, а при $\theta = \pi/2; F(\theta) = 0$. При указанных граничных условиях из уравнения пластичности (2) с учетом (5) следует

$$\tau_{\rho\theta} = \pm \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} [1 - F^2(\theta)]^{1/2}. \quad (6)$$

Принятое основное допущение равносильно предположению о независимости касательного напряжения от координаты ρ , ($\partial\tau_{\rho\theta}/\partial\rho = 0$), на основе чего второе уравнение равновесия системы (1) принимает вид:

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} + 2\tau_{\rho\theta} = 0. \quad (7)$$

Из совместного рассмотрения зависимостей (6), (7) и (5) при принятых граничных условиях устанавливается следующий характер изменения второго множителя в (5), $F(\theta) = \cos\theta$, на основе чего характер распределения касательных напряжений в пластической области, согласно (6), принимает вид $\tau_{\rho\theta} = \pm \sigma_s \cdot \sin\theta / \sqrt{3}$.

Таким образом, распределения компонент напряжений в пластической области имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \times \cos \theta; \\ \sigma_{\theta} &= -\sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \varphi \times \cos \theta; \\ \tau_{\rho\theta} &= \pm \sigma_s \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Очевидно, что зависимости (8), удовлетворяя условию пластичности (2), с учетом принятых допущений, удовлетворяют также системе дифференциальных уравнений равновесия (1).

На основе установленной взаимосвязи между величиной и характером распределения касательных и окружных напряжений (7) становится возможным обоснование прироста по абсолютной величине окружных сжимающих напряжений на периферийной части заготовки. Из этой дифференциальной взаимосвязи следует, что скорость изменения окружного напряжения по углу пропорциональна касательному напряжению, согласно чего обосновывается увеличение предельного коэффициента при неосесимметричной вытяжке по сравнению с вытяжкой цилиндрической детали. Для этого проинтегрируем (7) в соответствующих пределах. Из рис.1 и второй зависимости (4) следует, что при изменении угла вида деформированного состояния φ в пределах прироста окружных сжимающих напряжений $\pi/3 \leq \varphi \leq \pi/2$, относительная координата ρ/r ($r=1$) меняется в пределах $e(2,72) \leq \rho \leq R$, а касательное напряжение соответственно $-0 \leq \theta \leq \pi/2$.

Интегрируя (7) с учетом (8) в указанных пределах и производя некоторые преобразования, получим $R \approx 4,72$, что незначительно отличается от ранее установленной величины [3]. При получении указанной величины дополнительно принято, что равнодействующая окружного напряжения приложена в центре промежутка $R - e$, и в этом промежутке окружные напряжения распределены равномерно.

Выводы

1. Проведен анализ напряженно-деформированного состояния угловой части заготовки при отсутствии осевой симметрии деформирования, на основе чего разработана аналитическая модель процесса неосесимметричной вытяжки.

2. Установлена взаимосвязь между скоростью изменения окружных сжимающих напряжений и величиной касательного напряжения на периферийной части заготовки.

3. На основе указанной взаимосвязи проведена численная оценка увеличения предельного коэффициента при вытяжке прямоугольных коробок, равное $R \approx 4,72$, которое незначительно отличается от аналогичной величины, установленной на основе равенства наибольшего меридионального напряжения пределу текучести материала в опасном сечении заготовки[3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Попов Е.А., Ковалев В.Г., Шубин И.Н.** Технология и автоматизация листовой штамповки. М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2000, 480 с.
2. **Ковка и штамповка:** Справочник в 4-х томах / под ред. Е.И.Семенова, Т.4, Листовая штамповка. М.: Машиностроение, 2010, 544 с.
3. **Назарян Э.А., Аракелян М.М., Симонян А.С.** Анализ процесса вытяжки коробчатых деталей // Заготовительные производства в машиностроении. 2016, N 3. С.18-21.
4. **Назарян Э.А., Аракелян М.М.** Механика формоизменения тонких кольцевых пластин // Изв.НАН РА, Механика, 2009, Т.65, N 4, С.80-88.
5. **Назарян Э.А., Аракелян М.М., Симонян А.С.** Теоретическое исследование параметров качества в процессе вытяжки цилиндрических деталей // Заготовительные производства в машиностроении. 2015, N 5. С.24-30.

Nazaryan E.A., Arakelyan M.M., Simonyan A.S.

Analytical model of non axis symmetric drawing

Эрнест Агаджанович Назарян, доктор технических наук,

enazaryan@ysu.am

Милета Мартиросовна Аракелян, канд. физмат. наук,

Аветис Самвелович Симонян