



ЕРЕВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
YEREVAN STATE UNIVERSITY

---

СТУДЕНЧЕСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЩЕСТВО  
STUDENT SCIENTIFIC SOCIETY

ISSN 1829-4367

## **СБОРНИК НАУЧНЫХ СТАТЕЙ СНО ЕГУ**

### **COLLECTION OF SCIENTIFIC ARTICLES OF YSU SSS**

#### **1.1 (27)**

##### **Естественные и физико-математические науки**

(География и геология, информатика и прикладная математика,  
биология, химия, фармацевтика, физика и радиопизика)

##### **Natural and Physical-Mathematical Sciences**

(Geography and Geology, Informatics and Applied Mathematics,  
Biology, Chemistry, Pharmacy, Physics and Radiophysics)

ЕРЕВАН - YEREVAN  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ЕГУ - YSU PRESS  
2019

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ  
ՈՒՍԱՆՈՂԱԿԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ  
ԸՆԿԵՐՈՒԹՅՈՒՆ

ISSN 1829-4367

# ԵՊՀ ՈՒԳԸ ԳԻՏԱԿԱՆ ՀՈԴՎԱԾՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

## 1.1 (27)

### **Բնական և ֆիզիկամաթեմատիկական գիտություններ**

(աշխարհագրություն և երկրաբանություն, ինֆորմատիկա և կիրառական  
մաթեմատիկա, կենսաբանություն, քիմիա, ֆարմացիա, ֆիզիկա և ռադիոֆիզիկա)

ԵՐԵՎԱՆ  
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ  
2019

**Հրատարակվում է ԵՊՀ գիտական խորհրդի որոշմամբ**  
**Издаётся по решению Ученого совета ЕГУ**  
**Published by the resolution of the Academic Council of YSU**

**Խմբագրական խորհուրդ՝**

ա.գ.դ., պրոֆ. Թ. Վարդանյան  
կ.գ.դ., պրոֆ. Լ. Նավասարդյան  
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Ռ. Ալավերդյան  
ֆ.բ.գ.դ., դոց. Ա. Բալաբեկյան  
ֆ.մ.գ.դ., դոց. Ե. Մամասախլիսով  
ֆ.մ.գ.դ., դոց. Տ. Հակոբյան  
ա.գ.թ., դոց. Ս. Սուվարյան  
ա.գ.թ., դոց. Գ. Ալեքսանյան  
Ե.գ.թ., դոց. Մ. Գրիգորյան  
կ.գ.թ., դոց. Հ. Փանոսյան  
տ.գ.թ., դոց. Հ. Հարոյան  
ֆ.մ.գ.թ., դոց. Ս. Մխիթարյան  
ք.գ.թ., դոց. Ի. Ալեքսանյան  
ք.գ.թ., դոց. Ա. Մարտիրոսյան  
ֆ.մ.գ.թ., ասիստ. Ա. Մանասեյան  
ֆ.մ.գ.թ., ասիստ. Ա. Վարդանյան  
ֆ.մ.գ.թ. Մ. Ալեքսանյան  
ֆ.մ.գ.թ. Տ. Աբրահամյան

**Редакционная коллегия:**

д.г.н., проф. Т. Ваданян  
д.б.н., проф. Л. Навасардян  
д.ф.м.н., проф. Р. Алавердян  
д.ф.м.н., доц. А. Балабекян  
д.ф.м.н., доц. Е. Мамасакхлисов  
д.ф.м.н., доц. Т. Акобян  
к.г.н., доц. С. Суварян  
к.г.н., доц. Г. Алексанян  
к.г.н., доц. М. Григорян  
к.б.н., доц. О. Паносян  
к.т.н., доц. О. Ароян  
к.ф.м.н., доц. С. Мхитарян  
к.х.н., доц. И. Алексанян  
к.х.н., доц. А. Мартирян  
к.ф.м.н., ассист. А. Манаселян  
к.ф.м.н., ассист. А. Ваданян  
к.ф.м.н. М. Алексанян  
к.ф.м.н. Т. Абрамян

**Editorial Board**

DSc, Prof. T. Vardanyan  
DSc, Prof. L. Navasardyan  
DSc, Prof. R. Alaverdyan  
DSc, Associate Prof. A. Balabekyan  
DSc, Associate Prof. Y. Mamasakhlishov  
DSc, Associate Prof. T. Hakobyan  
PhD, Associate Prof. S. Suvaryan  
PhD, Associate Prof. G. Aleksanyan  
PhD, Associate Prof. M. Grigoryan  
PhD, Associate Prof. H. Panosyan  
PhD, Associate Prof. H. Haroyan  
PhD, Associate Prof. S. Mkhitaryan  
PhD, Associate Prof. I. Aleksanyan  
PhD, Associate Prof. A. Martiryan  
PhD, Assistant Prof. A. Manaselyan  
PhD, Assistant Prof. A. Vardanyan  
PhD M. Aleksanyan  
PhD T. Abrahamyan

Հրատարակիչ՝ ԵՊՀ հրատարակչություն  
Հասցե՝ ՀՀ, ք. Երևան, Ալ. Մանուկյան 1, (+374 10) 55 55 70, publishing@ysu.am

Հրատարակության նախապատրաստող ստորաբաժանում՝ ԵՊՀ ՈՒԳԸ  
Հասցե՝ ՀՀ, ք. Երևան, Ալ. Մանուկյան 1, (+374 60) 71 01 94,  
Էլ. փոստ՝ sss@ysu.am  
ԵՊՀ ՈՒԳԸ հրատարակումների կայք՝ www.ssspub.y-su.am.

## Տիգրանյան Դանիել

ԵՊՀ, Ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի ֆակուլտետ  
մագիստրանտ

Գիտական ղեկավար՝ Ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Յու. Հակոբյան  
Էլ. փոստ՝ [daniel.tigranyan@ysumail.am](mailto:daniel.tigranyan@ysumail.am)

### ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ԱՆՅՈՒՄ ՏՅՈՂԻՑՅԱՆ ԴԵՏԵՐՄԻՆԱՆՏՆԵՐԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿ ՎԱՐՔԻ ՄԱՍԻՆ ԹԵՈՐԵՄՈՒՄ

Ինտեգրելի  $[-\pi, \pi]$  հատվածում  $f(x)$  իրականարժեք յուրաքանչյուր  $x$  ֆունկցիայի  
կարող ենք համապատասխանեցնել Ֆուրյեի շարքը՝

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-inx} \quad (1)$$

որտեղ  $c_n = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx$ ,  $f(x)$  ֆունկցիայի  $n$ -րդ Ֆուրյեի գործակիցն է: Այսինքն  
Ֆուրյեի շարքի միջոցով համապատասխանություն է առաջանում ֆունկցիաների և  
հաջորդականությունների միջև:

**Սահմանում:**  $\{a_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$  հաջորդականության միջոցով առաջացած Տյուրիցյան է  
կոչվում հետևյալ անվերջ մատրիցան՝

$$T = \begin{pmatrix} a_0 & a_{-1} & a_{-2} & \dots \\ a_1 & a_0 & a_{-1} & \dots \\ a_2 & a_1 & a_0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}; \quad (2)$$

Եթե  $T$  տյուրիցյան մատրիցան առաջանում է  $f(x)$  ֆունկցիային համա-  
պատասխանող Ֆուրյեի գործակիցներից կազմված հաջորդականության միջոցով,  
ապա  $f(x)$  ֆունկցիան կանվանենք  $T$  մատրիցայի սիմվոլ՝ նշելով հետևյալ ձևով՝  
 $T = T(f)$ :

Դիցուք, ունենք  $T(f)$  մատրիցան: Դրա  $(n+1)$ -րդ կարգի գլխավոր անկյու-  
նագծային հատույթը նշանակենք  $T_n(f)$  և հասկանանք այն մատրիցան, որը կստաց-  
վի  $T(f)$  մատրիցի առաջին  $(n+1)$  տողերի և սյուների հատման տեղերում եղած  
տարրերից՝

$$T_n(f) = \begin{pmatrix} a_0 & \dots & a_{-n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_n & \dots & a_0 \end{pmatrix} : \quad (3)$$

$T_n(f)$ -ն արդեն վերջավոր, քառակուսային մատրիցա է և բոլոր հասկացություններն ու փաստերը, որոնք հայտնի են վերջավոր մատրիցաների համար, ճիշտ են նաև  $T_n(f)$ -ի համար:

Դժվար չէ տեսնել, որ (1) Ֆուրյեի շարքի գործակիցներն օժտված են  $c_{-n} = \bar{c}_n$  հատկությամբ: Այստեղից բխում է, որ  $T_n(f)$  մատրիցան ինքնահամալուծ է՝

$$T_n^*(f) = T_n(f) : \quad (4)$$

$D_n(f)$ -ով նշանակենք  $T_n(f)$  մատրիցայի դետերմինանտը.

$$D_n(f) = \begin{vmatrix} a_0 & \dots & a_{-n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_n & \dots & a_0 \end{vmatrix} :$$

$D_n(f)$  դետերմինանտի սահմայտոտիկ վարքի մասին հայտնի է հետևյալ թեորեմը (տե՛ս [1], [2]-ը).

**Թեորեմ (Սեգյո):** Եթե  $f(x)$  ֆունկցիան դրական է և ածանցելի  $[-\pi, \pi]$  հատվածում, իսկ դրա ածանցյալը  $[-\pi, \pi]$  հատվածում բավարարում է

$$|f'(x_1) - f'(x_2)| < L|x_1 - x_2|^\alpha, \quad L > 0, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5)$$

պայմանին, ապա տեղի կունենա սահմանային հետևյալ հավասարությունը՝

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n(f)}{G^{n+1}(f)} = \exp \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m|^2 \right\} \quad (6)$$

որտեղ  $G(f) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln f(x) dx \right\}$  կոչվում է  $f(x)$  ֆունկցիայի միջին երկրաչափական,

իսկ  $d_m$ -երով նշանակված են  $\ln f(x)$  ֆունկցիայի Ֆուրյեի գործակիցները:

**Դիտողություն:** (6) բանաձևում  $\frac{1}{G^{n+1}(f)}$  անդամը հանդես է գալիս որպես նոր-մավորող բազմապատկիչ: Իրոք, դժվար չէ տեսնել, որ

$$D_n(\gamma f) = \gamma^{n+1} D_n(f) :$$

**Թեորեմ սահմանային անցման մասին:** Դիտարկենք այսպիսի խնդիր. Դիցուք, տրված է  $[-\pi, \pi]$  հատվածում որոշված ֆունկցիաների  $f_k(x)$  հաջորդականություն, որոնք զուգամիտում են  $f(x)$  ֆունկցիային: Հարկավոր է պարզել, թե ինչ պայմանների դեպքում տեղի կունենա

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{D_n(f_k)}{G^{n+1}(f_k)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n(f_k)}{G^{n+1}(f_k)} \quad (7)$$

սահմանային հավասարությունը:

Հակաօրինակի միջոցով կարելի է ցույց տալ, որ անգամ հավասարաչափ զուգամիտության պարագայում պնդել (7) հավասարությունը չենք կարող: Այսինքն,  $f(x)$  ֆունկցիան և այն մոտարկող ֆունկցիաները պետք է ընտրել այնպես, որ դրանք որոշակի հատկությունների բավարարեն:

Մինչ բուն թեորեմին անցնելը, նախ ապացուցենք օժանդակ պնդում:

**Լեմմա:** Դիցուք,  $\omega^2(\delta, f_k)$  և  $E_{n-1}^2(f_k)$  նշում են  $f_k(x)$ ,  $k=1,2,\dots$  ինտեգրելի ֆունկցիաների համապատասխանաբար անընդհատության մոդուլի և  $n$ -ից ոչ բարձր կարգի եռանկյունաչափական բազմանդամներով լավագույն մոտարկման քառակուսին: Այդ դեպքում գոյություն ունեն  $c_1, c_2$  դրական հաստատուններ՝ անկախ  $k$ -ի ընդունած արժեքներից այնպես, որ

$$c_1 \sum_{n=1}^{\infty} E_{n-1}^2(f_k) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{n}, f_k\right) \leq c_2 \sum_{n=1}^{\infty} E_{n-1}^2(f_k), \quad k=1,2,\dots \quad (8)$$

Ապացույց: Օգտվելով Ջեկսոն-Ստեչկինի անհավասարությունից (տե՛ս [3]-ը) միանգամից կարող ենք գրել, որ

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_{n-1}^2(f_k) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{n}, f_k\right), \quad k=1,2,\dots :$$

Ցույց տանք (8) անհավասարության մյուս կողմը:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{n}, f\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sup_{\delta \leq \frac{1}{n}} \sum_j |d_j(k)|^2 \sin^2 \frac{j\delta}{2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} |d_j(k)|^2 \sin^2 \frac{j}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{|j|<n} j^2 |a_j|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{|j|\geq n} |a_j|^2 = \\ &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} j^2 |a_j|^2 \sum_{n=|j|}^{\infty} \frac{1}{n^2} + \sum_j |j| |d_j(k)| \leq 2 \sum_j |d_j(k)|^2 \end{aligned}$$

Լեմման ապացուցվեց: Անցնենք հիմնական թեորեմի ձևակերպմանն ու ապացուցմանը:

**Թեորեմ:** Դիցուք,  $f(x)$  և  $f_k(x), k=1,2,\dots$  ֆունկցիաները  $[-\pi, \pi]$  հատվածում որոշված դրական, ածանցելի ֆունկցիաներ են, իսկ դրանց ածանցյալները բավարարում են (5) պայմանին: Եթե  $f_k(x)$  ֆունկցիաները հավասարաչափ զուգամիտում են  $f(x)$  ֆունկցիային  $[-\pi, \pi]$  հատվածում, իսկ դրանց ածանցյալներից կազմված հաջորդականությունը միջինում է զուգամիտում  $f(x)$  ֆունկցիայի ածանցյալին, ապա տեղի ունի

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{D_n(f_k)}{G^{n+1}(f_k)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n(f_k)}{G^{n+1}(f_k)} \quad (7)$$

սահմանային հավասարությունը:

Ապացույց: Հավասարաչափ զուգամիտության պարագայում, օգտվելով (6)-ից, դժվար չէ տեսնել, որ ապացուցել (7) հավասարությունը նույնն է, թե ապացուցենք, որ

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \exp \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k)|^2 \right\} = \exp \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m|^2 \right\}, \quad (9)$$

որտեղ  $d_m(k)$ -ով նշանակված է  $\ln f_k(x)$  ֆունկցիայի  $m$ -րդ Ֆուրյեի գործակիցը: (9) ցույց տալու համար նախ կատարենք այսպիսի ձևափոխություն՝

$$\begin{aligned} \left| \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k)|^2 - \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m|^2 \right| &= \left| \sum_{m=1}^{\infty} m d_m^2(k) - \sum_{m=1}^{\infty} m d_m^2 \right| = \left| \sum_{m=1}^{\infty} m (d_m(k) - d_m)(d_m(k) + d_m) \right| \leq \\ &\leq \left[ \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2 \right]^{1/2} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) + d_m|^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (10)$$

Ցույց տանք, որ  $\sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2$  անդամն անվերջ փոքր է: Նշանակենք

$h_m(k) = d_m(k) - d_m$  և ձևափոխենք  $\sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2$  գումարը հետևյալ ձևով.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} m |h_m(k)|^2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} |h_n(k)|^2 = \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{m-1}^2 \left( \ln \frac{f_k}{f} \right) \leq \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2 \left( \frac{1}{m}, \ln \frac{f_k}{f} \right) = \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sup_{|x'-x''| < \frac{1}{m}} \left| \ln \frac{f_k}{f}(x') - \ln \frac{f_k}{f}(x'') \right| \right)^2 = \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sup_{|x'-x''| < \frac{1}{m}} \left| \frac{f}{f_k}(\xi) \left\| \frac{f_k}{f}(x') - \frac{f_k}{f}(x'') \right\| \right| \right)^2, \end{aligned} \quad (11)$$

որտեղ  $\xi \in (x', x'')$ , իսկ (11) հավասարությունը ստանալու համար օգտվեցինք Լագրանժի վերջավոր ածերի բանաձևից: Բայց քանի որ  $\frac{f_k}{f} \Rightarrow 1, k \rightarrow \infty$ , ուստի կարող ենք գրել, որ  $k$ -ի բավական մեծ արժեքից սկսած  $\left| \frac{f_k}{f}(x) \right| \geq c > 0 \quad \forall x \in [-\pi, \pi]$ : Հետևա-

բար, շարունակելով (11)-ը՝ կարող ենք գրել

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sup_{|x'-x''| < \frac{1}{m}} \left| \frac{f}{f_k}(\xi) \left\| \frac{f_k}{f}(x') - \frac{f_k}{f}(x'') \right\| \right| \right)^2 &\leq C^2 \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sup_{|x'-x''| < \frac{1}{m}} \left| \frac{f_k - f}{f}(x') - \frac{f_k - f}{f}(x'') \right| \right)^2 = \\ &= C^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2 \left( \frac{1}{m}, \frac{f_k - f}{f} \right): \end{aligned}$$

Օգտագործելով

$$\frac{f_k - f}{f}(x + \Delta x) - \frac{f_k - f}{f}(x) = (f_k - f)(x + \Delta x) \left[ \frac{1}{f}(x + \Delta x) - \frac{1}{f}(x) \right] + \frac{1}{f}(x) [(f_k - f)(x + \Delta x) - (f_k - f)(x)]$$

նույնությունը կստանանք, որ

$$\omega \left( \frac{1}{m}, \frac{f_k - f}{f} \right) \leq \varepsilon_k \omega \left( \frac{1}{m}, \frac{1}{f} \right) + \alpha \omega \left( \frac{1}{m}, f_k - f \right) \quad (12)$$



որտեղ  $\varepsilon_k = \max_{x \in [-\pi, \pi]} |f_k(x) - f(x)| \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$ , իսկ  $\left| \frac{1}{f}(x) \right| \geq \alpha > 0, \forall x \in [-\pi, \pi]$ :

Հիմք ընդունելով  $(a+b)^2 \leq 2a^2 + 2b^2$  անհավասարությունը, (12) –ից կստացվի, որ

$$\omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{f_k - f}{f}\right) \leq 2\varepsilon_k^2 \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 \omega^2\left(\frac{1}{m}, f_k - f\right):$$

Այսինքն կարող ենք գրել, որ

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{f_k - f}{f}\right) &\leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, f_k - f\right) \leq \\ &\leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 c_2 \sum_{m=1}^{\infty} E_{m-1}^2(f_k - f) \leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 c_2 \sum_{m=1}^{\infty} m \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f_k - f) e^{-imx} dx \right|^2 \end{aligned}$$

Վերջին ինտեգրալի համար կիրառենք մասերով ինտեգրման բանաձևը.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{f_k - f}{f}\right) &\leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 c_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f_k' - f') e^{-imx} dx \right|^2 \leq \\ &\leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 c_2 \sum_{m=1}^{\infty} \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f_k' - f') e^{-imx} dx \right|^2 \end{aligned} \quad (13)$$

(13) գումարի վերջին գումարելին իրենից  $f_k' - f'$  է՝ ֆունկցիայի ֆուրյեի գործակիցների քառակուսիների գումար, որի համար հայտնի է Պարսևալ-Ստեկլովի անհավասարությունը: Այն կիրառելու դեպքում կստացվի, որ

$$\sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{f_k - f}{f}\right) \leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 c_2 \int_{-\pi}^{\pi} (f_k' - f')^2 dx:$$

Միավորելով ստացված անհավասարությունների շղթան՝ կարող ենք գրել, որ

$$\sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2 \leq 2\varepsilon_k^2 \sum_{m=1}^{\infty} \omega^2\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{f}\right) + 2\alpha^2 c_2 \int_{-\pi}^{\pi} (f_k' - f')^2 dx \quad (14)$$

Անցնելով սահմանի (14) անհավասարության մեջ, երբ  $k \rightarrow \infty$ , կստացվի, որ

$$\sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2 = o(1), k \rightarrow \infty:$$

Այսինքն, ցույց տվեցինք, որ, իսկապես,  $\sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2$  անվերջ փոքր է:

Մյուս կողմից՝

$$\sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) + d_m|^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m + 2d_m|^2 \leq 2 \left( \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k) - d_m|^2 + 4 \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m|^2 \right): \quad (15)$$

(15) հավասարության վերջին գումարի առաջին գումարելին անվերջ փոքր է, հետևաբար, սահմանափակ է, իսկ երկրորդ գումարելին ըստ թեորեմի պայմանի է սահմանափակ, հետևաբար, ամբողջ գումարն է սահմանափակ: Հաշվի առնելով, որ

սահմանափակի և անվերջ փոքրի արտադրյալն անվերջ փոքր է (10)-ից, կստանանք, որ

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m(k)|^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m |d_m|^2,$$

բայց ցուցչային ֆունկցիան անընդհատ է, հետևաբար ճիշտ է (9): Թերորեմն ապացուցվեց:

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- [1] **Grenander U., Szego G.**, Toeplitz Forms and Their Applications, California Press, 1981, pp. 75–80.
- [2] **Bottcher A., Silberman B.**, Introduction to Large Truncated Toeplitz Matrices, Springer-Verlag New York, Inc., 1999, pp. 121-7.
- [3] **N. Achieser**, Theory of Approximation, New York, Frederick Ungar Publishing Co., 1956, pp. 189–201.

Տիգրանյան Դանիել

## ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ԱՆՑՈՒՄ ՏՅՈՂԼԻՑՅԱՆ ԴԵՏԵՐՄԻՆԱՆՏՆԵՐԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿ ՎԱՐՔԻ ՄԱՍԻՆ ԹԵՌՈՐԵՄՈՒՄ

**Բանալի բառեր՝** Տյոպլիցյան մատրիցա, մատրիցայի սիմվոլ, Սեզոյի թերորեմ:

Սույն աշխատանքում ստացվել է բավարար պայման տյոպլիցյան դետերմինանտի ասիմպտոտիկ վարքի գնահատականը փոխարինելու տյոպլիցյան դետերմինանտների ասիմպտոտիկ գնահատականների հաջորդականության սահմանով՝ սիմվոլի մոտարկման եղանակով: Տյոպլիցյան դետերմինանտների ասիմպտոտիկ վարքի գնահատումն օգտագործվում է ստացիոնար գործընթացների հետազոտման ժամանակ, գծային հիպոթեզների ստուգման և գնահատման խնդիրներում:

Тигранян Даниел

## ПРЕДЕЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД В ТЕОРЕМЕ ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ ТЕПЛИЦЕВЫХ ДЕТЕРМИНАНТОВ

**Ключевые слова:** Теплицева матрица, символ матрицы, теорема Сеге.

В настоящей работе были получены достаточные условия замены оценки асимптотического поведения теплицевого детерминанта пределом последовательности асимптотических оценок теплицевых детерминантов методом аппроксимации символа. Асимптотическая оценка теплицевых детерминантов используется в исследо-

ваниях стационарных процессов, включая проблемы оценивания и проверки линейных гипотез.

Tigranyan Daniel

## LIMIT PASSING IN THEOREM ON ASYMPTOTIC BEHAVIOUR OF TOEPLITZ DETERMINANTS

**Key words:** Toeplitz matrix, symbol of matrix, Szegő theorem.

In this paper, we have obtained sufficient conditions to replace the estimate of asymptotic behaviour of Toeplitz determinant with the limit of the sequence of the asymptotic estimates of Toeplitz determinants by means of approximating the symbol. Estimation of the asymptotic behavior of Toeplitz determinants is used in linear hypothesis testing, including estimation issues of stationary processes.