Известия НАН Армении, Физика, т.51, №3, с.363-370 (2016)

УДК 532.783

ПРИНУДИТЕЛЬНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЛЕГИРОВАННЫХ НАНОЧАСТИЦАМИ НЕМАТИКАХ В ОТСУТСТВИЕ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ

М.Р. АКОПЯН, Р.С. АКОПЯН[*]

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

[*]e-mail: rhakob@ysu.am

(Поступила в редакцию 20 апреля 2016 г.)

Рассмотрена задача принудительной конвекции в ячейке нематического жидкого кристалла, легированного наночастицами, с двумя свободными плоскими и изотермическими границами. Эти граничные условия, предложенные Рэлеем, позволяют получить простое и точное решение краевой задачи, из которого отчетливо видны её наиболее важные особенности. В частности, появляется возможность возбудить конвекцию без переориентации директора жидкого кристалла. Показано, что наночастицы могут иметь существенное влияние на конвекцию.

1. Введение

В течение последних двух десятилетий задача конвекции в слое жидкости, нагреваемой снизу [1–3], привлекает к себе пристальное внимание в связи с применением мощных лазеров для обработки материалов [4,5]. Эти эффекты хорошо известны как конвективные движения Рэлея–Бенара и Марангони [6–12]. После систематических экспериментальных исследований Бенара [6,7] Рэлей [8] решил задачу об устойчивости равновесия слоя со свободными граничными условиями, что послужило началом развития теории конвективной устойчивости. Конвекция играет значительную роль в технологических процессах, связанных с плавлением металлов, сваркой, резкой и легированием [13,14]. Исследование устойчивости тепловой конвекции в нематических жидких кристаллах (НЖК) представляет большой интерес из-за их уникальных свойств [15–18]. Так, пороги неустойчивостей в НЖК существенно отличаются от порогов для изотропных жидкостей, имеющих те же физические параметры [19–21]. Кроме того, в отличие от изотропных жидкостей в НЖК стационарная конвекция наблюдается при нагревании ячейки как снизу, так и сверху [22–24].

В последнее десятилетие значительно возросло использование коллоидов, приготовленных из наноразмерных частиц, диспергированных в базовую жидкость. Эти коллоиды имеют многочисленные применения в микро- и наноэлектромеханических системах, биомедицине (визуализация и абляция), ядерных реакторах, солнечных коллекторах, автомобилях, микроканалах, электронных устройствах, материалах с фазовыми переходами и т. д. [25–30]. Наножидкости – это смеси, содержащие наноразмерные частицы, диспергированные в жидкости. По сравнению с базовыми жидкостями (например, масло или вода) наножидкости обладают сильными теплофизическими свойствами, такими как высокая теплопроводность, большие коэффициенты теплодиффузии, вязкости и конвективной теплопередачи [31,32]. В работе [33] впервые было показано усиление теплопроводности наножидкости и представлены ее экспериментальные измерения. Естественная конвекция в замкнутых системах с наножидкостями была исследована в работах [34–37]. Было выяснено, что с увеличением объемной концентрации наночастиц число Нуссельта (отношение конвективной передачи тепла к теплопроводности) для наножидкостей падает.

В настоящей работе рассмотрена задача возбуждения конвекции лазерным излучением (принудительный аналог так называемой задачи Рэлея) в ячейке с НЖК, легированным наночастицами (нанонематик), с двумя свободными плоскими изотермическими поверхностями. Поскольку такая задача решается аналитически и точно, то она позволяет выявить качественно новые эффекты. Например, при некоторых условиях возможно возбуждение конвекции без изменения ориентации НЖК. Рассмотрено также влияние наночастиц на конвективные движения нанонематика.

2. Теплопроводность в наножидкостях

Предполагается, что наножидкость – это раствор, состоящий из непрерывной компоненты базовой жидкости, называемой матрицей, и прерывистой твердой компоненты, называемой частицей. Свойства наножидкостей зависят от деталей их микроструктур, таких как свойства компонент, объемные концентрации компонент, размеры, геометрия и распределение частиц, движение частиц и эффекты на границе раздела фаз матрица–частица. Однако невозможно оценить эффективные свойства наножидкостей, не зная всех подробностей их микроструктур.

Существует много подходов избежать эти проблемы и моделировать теплопроводности наножидкостей. Наиболее близкий к экспериментальным результатам подход был предложен в работе [38]. Рассматривая простую единицу кубической решетки смеси и полагая, что сферические частицы однородно распределены в растворе и расположены в узлах кубической решетки, была получена следующая формула для эффективной теплопроводности:

$$r_e = r_m \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \left[2 - \frac{a r_m}{\sqrt{r_p - r_m}\sqrt{a r_m + r_p - r_m}} \right. \right.$$

$$\left. \left. \times \ln \frac{\sqrt{a r_m + r_p - r_m} + \sqrt{r_p - r_m}}{\sqrt{a r_m + r_p - r_m} - \sqrt{r_p - r_m}} \right] \right\}^{-1}, \quad (1)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{16}{9\pi f_p^2}}.$$

Здесь r_e, r_m, и r_p – коэффициенты теплопроводности для наножидкости, матричной жидкости и твердых наночастиц, соответственно, и f_p – объемная концентрация наночастиц.

Эта модель предсказывает уникальную особенность – нелинейную зависимость коэффициента теплопроводности от объемной концентрации частиц. С увеличением последней кривая проводимости от концентрации изменяется от выпуклости вверх к вогнутости вверх. Поскольку для многих практических применений растворов очень желательно достичь высоких коэффициентов теплопроводности при малых концентрациях частиц, то такое поведение структурированных растворов привлекательно тем, что при малых объемных концентрациях частиц можно усилить ничтожную теплопроводность базовой жидкости.

3. Линеаризованные уравнения и граничные условия

Рассмотрим горизонтальный слой ($0 \le z \le L$) гомеотропно (невозмущенный директор, $\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z$) или планарно ($\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_x$) ориентированного нанонематика со свободными поверхностями, находящегося в гравитационном поле тяжести $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ и поглощающего падающий на него свет. Температура T_0 на границах слоя фиксирована, и в невозмущенном состоянии градиент температуры отсутствует. Пусть на слой падают два когерентных плоских световых (например, лазерных) пучка и создают пространственно-периодическую картину распределения интенсивности, пропорциональной $|E|^2$. Присутствие слабого поглощения приводит к периодическому тепловыделению

$$Q(x) = \frac{L\chi cn}{8\pi}\left|E(x)\right|^2 = \frac{L\chi cn}{8\pi}\left[\left|E_1\right|^2 + \left|E_2\right|^2 + E_1 E_2^* e^{(ikx)} + c.\ c.\right]. \quad (2)$$

Здесь $k = 2\pi|\sin\gamma_1 - \sin\gamma_2|/\lambda$ – волновой вектор неоднородной части тепловыделения, γ_1 и γ_2 – углы падения света, λ – длина волны световых волн в вакууме, χ – коэффициент поглощения света ($\chi L << 1$), c – скорость света в вакууме и n – средний показатель преломления нанонематика.

Предполагается, что имеется симметрия тепловыделения по y-координате, так что везде $\partial/\partial y = 0$ и $v_y = 0$. Здесь $\mathbf{v}$ – скорость гидродинамических движений. Обозначим угол между директором и осью z через $\varphi_i + \varphi$, где φ_i – угол в невозмущенном состоянии директора ($\varphi_i = 0$ для гомеотропной начальной ориентации нематика и $\varphi_i = \pi/2$ для планарной ориентации) и φ – возмущение директора, $\varphi(z = 0, L) = 0$.

В отсутствие светового поля равновесному состоянию нанонематика соответствует решение в виде

$$\begin{aligned} &v_0 = 0, \quad T = T_0 = \text{const}, \quad \rho = \rho_0 = \text{const}, \\ &\varphi_0 = 0, \quad p = p_0(z=0) - \rho_0 g z, \end{aligned} \tag{3}$$

где p – гидродинамическое давление и ρ – плотность нанонематика. Когда слой жидкости освещается, то система возмущается, и стационарные, линеаризованные уравнения для возмущенных величин θ, $\delta\rho = \rho - \rho_0 = -\beta\rho_0\theta$ (β – коэффициент объемного расширения), $\delta p = p - p_0$, v_x, v_z и φ имеют следующий вид [17]:

$$\rho\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial \delta p}{\partial x} + \eta_x \Delta v_x + \alpha_x \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \alpha_a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial t}, \tag{4}$$

$$\rho\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial \delta p}{\partial z} + \eta_z \Delta v_z + \alpha_z \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \alpha_b \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + \beta\rho_0 g\theta, \tag{5}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \qquad \frac{\partial \theta}{\partial t} - r_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - r_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{Q}{\rho_0 c_p L}, \tag{6}$$

$$(\alpha_a - \alpha_b)\frac{\partial \varphi}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \alpha_a \frac{\partial v_x}{\partial z} - \alpha_b \frac{\partial v_z}{\partial x}. \tag{7}$$

Выше сделаны следующие обозначения: для ячейки с планарной исходной ориентацией $\eta_z = \eta_2$, $\eta_x = \eta_1$, $\alpha_x = \alpha_1 + \alpha_5$, $\alpha_z = -\alpha_5$, $r_x = r_\parallel$, $r_z = r_\perp$, $K_x = K_3$, $K_z = K_1$, $\alpha_a = \alpha_3$, $\alpha_b = \alpha_2$; для ячейки с гомеотропной исходной ориентацией $\eta_z = \eta_1$, $\eta_x = \eta_2$, $\alpha_x = -\alpha_5$, $\alpha_z = \alpha_1 + \alpha_5$, $r_x = r_\perp$, $r_z = r_\parallel$, $K_x = K_1$, $K_z = K_3$, $\alpha_a = \alpha_2$, $\alpha_b = \alpha_3$. Здесь K_1 и K_3 – коэффициенты упругости Франка, $r_\parallel$ и $r_\perp$ – параллельная и перпендикулярная компоненты тензора теплопроводности нанонематика (вычисляемые по формуле (1)), $\eta_1 = 0.5(\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6)$ и $\eta_2 = 0.5(-\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5)$ – коэффициенты вязкости нанонематика, α_i – коэффициенты Лесли, ρ_0 – невозмущенная плотность и c_p – удельная теплоемкость. Заметим, что $r_\parallel = r_e$ из (1), и в этой формуле надо брать вместо r_m параллельную компоненту коэффициента теплопроводности чистого НЖК, а также $r_\perp = r_e$ из (1), и в этой формуле надо брать вместо r_m перпендикулярную компоненту коэффициента теплопроводности чистого НЖК.

Сформулируем теперь граничные условия. Следуя Рэлею [8], будем считать границы слоя свободными – на этих границах исчезают касательные напряжения. Далее, эти границы предполагаются плоскими, т.е. считается, что возникающие конвективные возмущения не приводят к искривлению границ. Как уже указывалось, значения температуры на границах фиксированы, и, следовательно, возмущение температуры на границах исчезает. Что касается директора, то полагаем его жестко закрепленным, т.е. его отклонения на границах тоже исчезают. Таким образом, получаем систему граничных условий

$$v_z(x, z=0) = v_z(x, z=L) = 0, \quad \theta(x, z=0) = \theta(x, z=L) = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial z}(x, z=0) = \frac{\partial v_x}{\partial z}(x, z=L) = 0, \quad \varphi(x, z=0) = \varphi(x, z=L) = 0. \tag{9}$$

Граничные условия для v_x, вытекающие из требования отсутствия касательных напряжений на границах, могут быть с помощью уравнения непрерывности заменены условиями для v_z. Дифференцируя первое из уравнений (6) по z и пользуясь граничными условиями для скорости, найдем $\partial^2 v_z/\partial z^2 = 0$ при $z = 0, L$.

4. Аналитическое решение уравнений для принудительной конвекции

Поскольку коэффициенты уравнений (4)–(7) и граничные условия (8), (9) не зависят от времени и горизонтальной координаты x, то существуют решения, экспоненциально зависящие от времени и периодические в плоскости (x,z).

Пространственно-периодическое слагаемое $E_i(x)E_j^*(x) = a_{ij}\exp(ikx)$ в тензоре $E_i E_j^*$, характеризующем распределение интенсивности световой волны, вызывает стационарные возмущения

$$v_z(x,z) = V_z e^{ikx} \sin\frac{\pi z}{L}, \quad \theta(x,z) = \Theta e^{ikx} \sin\frac{\pi z}{L}, \tag{10}$$

$$v_x(x,z) = V_x e^{ikx} \cos\frac{\pi z}{L}, \quad \varphi(x,z) = \Phi e^{ikx} \sin\frac{\pi z}{L}, \tag{11}$$

удовлетворяющие граничным условиям на свободных границах $z = 0, L$. Для амплитуд этих возмущений получаем

$$V_x = ikk_0\beta\rho g\Theta\left[\eta_x k_0^4 + (\eta_x + \eta_z + \alpha_x + \alpha_z)k_0^2 k^2 + \eta_z k^4\right]^{-1}, \quad V_z = -ik_0^{-1}kV_x, \tag{12}$$

$$\Theta = \frac{\chi c n}{8\pi\rho c_p}(r_x k^2 + r_z k_0^2)^{-1} E_1 E_2^*, \quad \Phi = V_x k_0^{-1}(\alpha_a k_0^2 - \alpha_b k^2)(K_z k_0^2 + K_x k^2)^{-1}, \tag{13}$$

где $k_0 = \pi/L$. Из второго выражения (13) видно, что при $k = k_0(\alpha_a/\alpha_b)^{1/2}$ вязкие моменты, действующие на директор, компенсируют друг друга и в результате отсутствует переориентация, хотя конвекция развивается. Если обозначить $k = 2\pi/\Lambda$, где Λ – период интерференционной картины, то условие отсутствия переориентации получим в виде

$$L_{\mathrm{cr}} = \frac{\Lambda}{2}\sqrt{\frac{\alpha_a}{\alpha_b}}\,. \tag{14}$$

Для гомеотропной исходной ориентации на примере НЖК МББА получаем $L_{\mathrm{cr}} = (\Lambda/2)\sqrt{\alpha_2/\alpha_3} = 4.08\Lambda$, а для планарной исходной ориентации $L_{\mathrm{cr}} = (\Lambda/2)\sqrt{\alpha_3/\alpha_2} = 0.06\Lambda$. Отметим, что такое явление возможно только в случае принудительной конвекции, потому что только лазерное возбуждение даёт возможность получить конвекцию с желаемым периодом.

При $k \ll k_0(\alpha_a/\alpha_b)^{1/2}$ с уменьшением k отклик падает по линейному закону $\Phi \propto (\chi L)kk_0^{-5}$. При увеличении k от нуля отклонение возрастает и при $k \approx 0.05k_0$ (для планарного МББА) достигает своего первого максимума. В точке $k = k_0(\alpha_a/\alpha_b)^{1/2} \approx 0.1k_0$ (для планарного МББА) Φ меняет знак, т.е. φ меняет фазу на π, и при $k \approx 0.6k_0$ его амплитуда достигает своего второго максимума. Последнее соответствует поперечному периоду регулярной картины неустойчивости Бенара при постоянном вертикальном градиенте температуры. При $k \gg 0.6k_0$ переориентация резко падает с увеличением k по закону $\Phi \propto (\chi L)k^{-5}k_0$.

5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе решена задача Рэлея о возможности возбуждения регулярных конвективных движений в обогащенных наночастицами жидких кристаллах с двумя свободными границами световым излучением с пространственно-периодической структурой интенсивности. Показано, что наночастицы могут иметь существенное влияние на конвекцию. Например, если к НЖК 5ЦБ (r_m = 2.35 Вт/мК) добавить наночастицы Al_2O_3 (r_p = 204 Вт/мК) с объемной концентрацией 1%, то из (1) получим $r_e = 1.22r_m$. Это приведет к уменьшению амплитуды распределения температуры, согласно формуле (13), и к снижению гидродинамической скорости, согласно формуле (12). Следовательно, уменьшится переориентация директора на 22% (см. формулу (13)). Между тем, наночастицы не влияют на эффект гидродинамических движений в отсутствие переориентации.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН МОН Армении в рамках научного проекта № 15-1C099.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Москва, Наука, 1972.
2. **Y. Jaluria.** Natural Convection. Oxford, Pergamon Press, 1980.
3. **А.В. Гетлинг.** Конвекция Рэлея–Бенара. Москва, Эдиториал УРСС, 1999.
4. **А.А. Веденов, Г.Г. Гладуш.** Физические процессы при лазерной обработке материалов. Москва, Энергоатомиздат, 1985.

5. **Р.В. Арутюнян, В.Ю. Баранов, Л.А. Болшов и др.** Воздействие лазерного излучения на материалы. Москва, Наука, 1989.
6. **H. Benard.** Revue Generale des Sciences, Pares at Appliguees, **11**, 1261; 1309 (1900).
7. **H. Benard.** Ann. Chem. Phys., **23**, 62 (1901).
8. **J.L. Lord Reyleigh.** Phil. Mag., **32**, 529 (1916).
9. **E.L. Koschmieder.** Adv. Chem. Phys., **26**, 177 (1974).
10. **C. Normand, Y. Pomeau, M.G. Velarde.** Rev. Mod. Phys., **49**, 581 (1977).
11. **H.L. Swinney, J.P. Gollub.** Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence. Springer, Berlin, 1981.
12. **W.R. Peltier.** Fluid Mechanics of Astrophysics and Geophysics, **4**: Mantle Convection, Plate Tectonics, and Global Dynamics. New York, Gordon and Breach, 1989.
13. **С.И. Выборнов, Ю.В. Саночкин.** Механика жидкости и газа, **1**, 176 (1985).
14. **C.R. Heiple, J.R. Poper, R.T. Sragner, R.J. Aden.** Welding J., **62**, 572 (1983).
15. **Р.С. Акопян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **23**, 95 (1988).
16. **Р.С. Акопян, Р.Б. Алавердян А.Г. Аракелян, С.Ц. Нерсисян, К.М. Сарксян, Ю.С. Чилингарян.** Изв. НАН РА, Физика, **39**, 44 (2004).
17. **М.Р. Акопян, Р.Б. Алавердян, Ю.С. Чилингарян, Р.С. Акопян**. Изв. НАН РА, Физика, **49**, 230 (2014).
18. **Р.С. Акопян, М.Р. Акопян, Р.Б. Алавердян, Ю.С. Чилингарян.** Изв. НАН РА, Физика, **49**, 177 (2014).
19. **P.J. Barratt.** Liq. Cryst., **4**, 223 (1989).
20. **L. Kramer, W. Pesch.** Annu. Rev. Fluid Mech., **27**, 515 (1995).
21. **G. Ahlers.** Pattern Formation in Liquid Crystals, L. Kramer, A. Buta, Eds., Berlin, Springer, 1996.
22. **E. Dubois-Violette, M. Gabay.** J. Physique, **43**, 1305 (1982).
23. **J. Salan, E. Guyon.** J. Fluid Mech., **126**, 13 (1983).
24. **L. Thomas, W. Pesch, G. Ahlers.** Phys. Rev. E, **58**, 5885 (1998).
25. **S. Kakaç, A. Pramuanjaroenkij**. Int. J. Heat and Mass Transfer, **52**, 3187 (2009).
26. **J.H. Lee, S.H. Lee, C.J. Choi, S.P. Jang, S.U.S. Choi.** Int. J. Micro-Nano Scale Transport, **1**, 269 (2010).
27. **J. Eagen, R. Rusconi, R. Piazza, S. Yip.** ASME J. Heat Transfer, **132**, 102402 (2010).
28. **K.F.V. Wong, O.D. Leon**. Advanced Mechanical Engineering, Article ID 519659, 2010.
29. **J. Fan, L. Wang.** ASME J. Heat Transfer, **133**, 040801 (2011).
30. **O. Mahian, A. Kianifar, S.A. Kalogirou, I. Pop, S. Wongwises.** Int. J. Heat and Mass Transfer, **57**, 582 (2013).
31. **H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, N. Hishinuma.** Netsu Bussei, **7**, 227 (1993).
32. **W. Yu, D.M. France, J.L. Routbort, S.U.S. Choi.** Heat Transfer Engineering, 29, 432 (2008).
33. **S.U.S. Choi, J.A. Eastman.** Development and Application of Non-Newtonian Flows, D.A. Siginer, H.P. Wang, Eds., American Society of Mechanical Engineers, New York, 1995.
34. **K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone.** Int. J. Heat Mass Transfer, **46,** 3639 (2003).
35. **N. Putra, W. Roetzel, S.K. Das.** Heat and Mass Transfer, **39**, 775 (2003).
36. **D. Wen, Y. Ding.** IEEE Transactions on Nanotechnology, **5**, 220 (2006).
37. **D. Wen, Y. Ding.** Int. J. Heat and Fluid Flow, **26**, 855 (2005).
38. **W. Yu, S.U.S. Choi.** J. Nanosci. Nanotechnol., **5**, 580 (2005).

ՍՏԻՊՈՂԱԿԱՆ ԿՈՆՎԵԿՑԻԱ ՆԱՆՈՄԱՍՆԻԿՆԵՐՈՎ ՀԱՐՍՏԱՑՎԱԾ ՆԵՄԱՏԻԿՆԵՐՈՒՄ ՎԵՐԱԿՈՂՄՆՈՐՈՇՄԱՆ ԲԱՑԱԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Մ.Ռ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ռ.Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Դիտարկված է ստիպողական կոնվեկցիայի վերաբերյալ զույգ ազատ, հարթ ու իզոթերմ սահմաններով նանոմասնիկներով հարստացված նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի բջջում խնդիրը: Ռելեյի առաջադրած այդ սահմանային պայմանները հնարավորություն են տալիս ստանալ եզրային խնդրի համար պարզ ու ճշգրիտ լուծում, որից հստակ երևում են պրոբլեմի առավել կարևոր առանձնահատկությունները: Մասնավորապես, հնարավորություն է ստեղծվում մակածելու կոնվեկտիվ շարժումներ, առանց ուղղորդը խոտորելու: Ցույց է տրված, որ նանոմասնիկները կարող են ունենալ նշանակալի ազդեցություն կոնվեկցիայի վրա:

FORCED CONVECTION IN NANOPARTICLES DOPED NEMATICS WITHOUT REORIENTATION

M.R. HAKOBYAN, R.S. HAKOBYAN

The problem of forced convection in the cell of nanoparticles doped nematic liquid crystal with both boundaries being free, plane and isotherm is discussed. These boundary conditions (offered by Rayleigh) allow us to get simple and exact solution for boundary-value problem, from which its most important peculiarities can be clearly seen. Particularly, there appears a possibility to induce convection without reorientation of liquid crystal director. It was shown that nanoparticles could have significant influence on the convection.