ISSN 1829-0043 ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՃԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԼՐԱԲԵՐ (ՀՃԱԼ). 2017. Հ.14, № 1

ՀՏԴ 519.2 ԷԿՈՆՈՄԻԿԱ ԵՎ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄ

Ռ.Ա. Գևորգյան, Վ.Գ. Բարդախչյան

ՈՉ ՀՍՏԱԿ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԹՎԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻՉՆԵՐ

Ներկայացված են ոչ հստակ պատահական մեծության թվային բնութագրիչների սահմանման առկա մոտեցումները: Դիտարկված են դրանց վերաբերվող որոշ դեռևս չներկայացված հատկություններ, կապված դեֆազիֆիկացիայի հետ:

Առանցքային բառեր. *ոչ հստակ պատահական մեծություններ, մաթսպասման օպերատոր, դեֆազիֆիկացիա:*

Ներածություն: Ոչ հստակ պատահական մեծությունների հիմնական սահմանումները վերագրվում են Kwaakernak-ին [1], և Puri-ին ու Ralescu-ուն [2]: Իրենց կողմից ներկայացված ոչ հստակ պատահական մեծությունների համար տարբեր ձևերով սահմանվում են մաթսպասման և վարիացիայի գործակիցները (և′ որպես թվեր, և′ որպես ոչ հստակ բազմություններ, և′ որպես միջակայք վարիացիայի դեպքում):

Ոչ հստակ պատահական մեծությունների թվային բնութագրիչների մի մոտեցում առաջ է քաշվել ոչ հստակ բազմությունների միջև հեռավորության գաղափարի սահմանմամբ: Ոչ հստակ բազմությունների մետրիկական տարածությունների սահմանումը տրված է Diamond-ի և Kloeden-ի գրքում [3]:

Ոչ հստակ պատահական մեծությունների ավելի ընդհանուր սահմանում տրված է Krätschmer-ի կողմից [4], սակայն որոշ դժվարություններ կան այս դեպքում թվային բնութագրիչները սահմանելու համար:

Թվային բնութագրիչների ավելի ընդհանուր սահմանումներ կարելի է տալ՝ բերելով դրանց մեկ այլ՝ ավելի մեծ դասի: Հաճախ հարմար է լինում անցում կատարել պատահական բազմությունների և, օգտվելով ոչ հստակ թվերի ուռուցիկությունից, դրանց վրա սահմանել պատահական դաշտեր:

Ոչ հստակ պատահական մեծությունների մաթսպասումը և վարիացիան: Ոչ հստակ պատահական մեծությունը պատահական մեծություն է, որի արժեքների բազմությունը ոչ հստակ թվերի տարածությունն է (հաճախ նշանակվող $\mathcal{T}$ -ով): Ոչ հստակ պատահական մեծությունը առաջին անգամ այսպես են սահմանել Piru-ն և Ralescu-ն [2]: Տրված է հետևյալ հավանականային տարածությունը՝ $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$: Ոչ հստակ պատահական մեծությունը չափելի ֆունկցիա է՝ $\widetilde{\mathrm{X}}: \Omega \to \mathcal{T}$:

Սակայն այստեղ ի հայտ են գալիս, ինչպես և դասական պատահական մեծությունների դեպքում, չափելիության հարցեր: Դրանք մասամբ դիտարկված են [5] -ում: Չափելի ֆունկցիայի գաղափարը այս դեպքում պետք է հասկանալ որպես յուրաքանչյուր α-կտրվածքի նախապատկերի չափելիություն: Այսպես սահմանված ոչ հստակ պատահական մեծությունը դասական պատահական մեծության ընդհանրացում է: Սակայն թվային բնութագրիչները տարբեր ձևով են ընդհանրացվում ոչ հստակ պատահական մեծությունների համար: Կան մի քանի մոտեցումներ մաթսպասումը և դիսպերսիան(վարիացիան) սահամանելիս: Կան մոտեցումներ, որոնք նշված երկուսը սահմանում են որպես թիվ, և կան, որոնք սահամանում են որպես ոչ հստակ թիվ:

Ամենաընդհանուր և սպասելի մոտեցումը այս ոչ հստակ թվերից կազմել բոլոր հնարավոր մաթսպասումները (տրված α-մակարդակների համար) և ստացված կոմբինացիան որպես ոչ հստակ բազմություն վերցնել որպես մաթսպասում: Ֆորմալ այսպես՝

$$\mathrm{E}_\alpha\big(\widetilde{\mathrm{X}}\big) = \{\mathrm{E}(\mathrm{X}) | \mathrm{X}(\omega) \in \widetilde{\mathrm{X}}_\alpha(\omega)\} \tag{1}$$

Մեկ այլ մոտեցմամբ մաթսպասումը սահամանվում է՝ ներմուծելով մեկ այլ գաղափար՝ մաթսպասման օպերատոր: Այն սահմանվում է այսպես՝

$$\mathrm{E}\big[\widetilde{\mathrm{X}}\big] = \int_0^\infty \mathrm{Cr}(\widetilde{\mathrm{X}} \geq \mathrm{x})\mathrm{dx} - \int_{-\infty}^0 \mathrm{Cr}\big(\widetilde{\mathrm{X}} \leq \mathrm{x}\big)\mathrm{dx} \tag{2}$$

Կարելի է նկատել, որ տվյալ օպերատորը պատահական մեծություն է սահմանում: Եվ որպես թիվ մաթսպասումը սահմանվում է հետևյալ կերպ՝

$$E(\widetilde{X}) = \int_{\Omega} E[\widetilde{X}]dP : \tag{3}$$

Այստեղ՝ $Cr(A) = \frac{1}{2}Pos(A) + Nes(A))$; $Pos(A) = \sup_{x\in A} \mu_{\widetilde{X}(\omega)}(x)$; $Nes(A) = 1 - Pos(\bar{A}) = 1 - -\sup_{x\in \bar{A}} \mu_{\widetilde{X}(\omega)}(x)$: (Սրա առանձնահատկությունների համար տես [6]-ը, և որոշ ընդհանուր հատկությունների համար՝ [7]-ը):

<u>Դիտողություն 1</u> (1) և (2) բանաձևերով տրվող մաթսպասումները իրականում բազմությունների տիրույթից արգումենտ ընդունող ֆունկցիայի համապատասխանաբար Aumann-ի և Choquet -ի ինտեգրալներն են:

Տրված սահմանումով մաթսպասումը կիսում է գծայնության հատկությունը, բայց միայն այն դեպքում, երբ որպես դաշտ վերցնում ենք դասական թվերը՝ $E(a\widetilde{X} + b\widetilde{Y}) = aE(\widetilde{X}) + bE(\widetilde{Y})$: Մաթսապսումն ունի ևս մի հետաքրքիր հատկություն:

<u>Թեորեմ 1.</u> Դիցուք ξ-ն պատահական մեծություն է, իսկ $\tilde{B}$-ը որևէ ոչ հստակ թիվ: Այդ դեպքում $\tilde{B}\xi$-ն ոչ հստակ պատահական մեծություն է, որի մաթսպասումը՝ $E(\tilde{B}\xi) = E(\xi)DF(\tilde{B})$ ինչ-որ դեֆազիֆիկացիայի համար:

<u>Ապացույց</u>: $\tilde{B}\xi$ -ի ոչ հստակ պատահական մեծություն լինելը բխում է նրանից, որ այն որոշված է Ω-ի վրա, և նրանից, որ այն ճշգրիտ $\tilde{B}\xi{:}\,\Omega \to \mathcal{T}$: Չափելիությունը բխում է նրանից, որ $\tilde{B}$-ն սահմանափակ է համաձայն ոչ հստակ թվերի սահմանման: Մաթսպասումը կստացվի այսպես՝

$$E(\tilde{B}\xi) = \int_{\Omega} E[\tilde{B}\xi]dP = \int_{\Omega} \left(\int_0^{\infty} Cr(\tilde{B}\xi(\omega) \geq x)dx - \int_{-\infty}^{0} Cr(\tilde{B}\xi(\omega) \leq x)dx\right)dP =$$
$$= \int_{\Omega} \xi(\omega)\left(\int_0^{\infty} Cr(\tilde{B} \geq x)dx - \int_{-\infty}^{0} Cr(\tilde{B} \leq x)dx\right)dP = \left(\int_0^{\infty} Cr(\tilde{B} \geq x)dx - \int_{-\infty}^{0} Cr(\tilde{B} \leq \right.$$
$$\left.\leq x)dx\right)\int_{\Omega} \xi(\omega)dP = \left(\int_0^{\infty} Cr(\tilde{B} \geq x)dx - \int_{-\infty}^{0} Cr(\tilde{B} \leq x)dx\right)E(\xi) = E(\xi)E[\tilde{B}] :$$

Մնում է ցույց տալ, որ $E[\widetilde{B}]$ -ն իսկապես դեֆազիֆիկացիա է, այսինքն՝ $\mu_{\widetilde{B}}\left(\left(\int_0^{\infty} Cr(\widetilde{B} \geq x)dx - - \int_{-\infty}^{0} Cr(\widetilde{B} \leq x)dx\right)\right) \neq 0$, կամ որ նույնն է՝ ինչ նշված թիվը գտնվում է ոչ հստակ թվի կրիչում:

Հեշտության համար կվերցնենք, որ տվյալ ոչ հստակ թվի կրիչը դրական թվերի ենթաբազմություն է:

Ենթադրենք՝ $\mu_{\widetilde{B}}(x) = 0, x \in (-\infty, a] \cup [d, \infty)$; $\mu_{\widetilde{B}}(x) = 1, x \in [b, c]$, և որ $\mu_{\widetilde{B}}(x) \uparrow, x \in [a, b]$ և $\mu_{\widetilde{B}}(x) \downarrow, x \in [c, d]$: Իրականում այսպես նկարագրվում են բոլոր ոչ հստակ թվերը (ելնելով ոչ հստակ թվերի ուռուցիկության պահանջից): $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$: Այս պահանջը չի խախտում ընդհանրությունը (միայն փոփոխում է հաշվարկը):

Կունենանք՝

$$E[\tilde{B}] = \frac{a+d}{2} + \frac{1}{2}(b-a) - \frac{1}{2}\int_a^b \mu_{\tilde{B}}(x)\,dx + \frac{1}{2}\int_c^d \mu_{\tilde{B}}(x)\,dx - \frac{1}{2}(d-c) :$$

Օգտվելով միջին արժեքի մասին թեորեմից՝ կարելի է այս մեծությունը գնահատել վերևից և ներքևից:

$$E[\tilde{B}] \leq \frac{a+d}{2} + \frac{1}{2}(b-a) + \frac{1}{2}(d-c) - \frac{1}{2}(d-c) = \frac{a+b}{2} + \frac{1}{2}(b-a) = \frac{d+b}{2} \leq d\,,$$
$$E[\tilde{B}] \geq \frac{a+d}{2} + \frac{1}{2}(b-a) - \frac{1}{2}(b-a) - \frac{1}{2}(d-c) = \frac{a+d}{2} - \frac{1}{2}(d-c) = \frac{a+c}{2} \geq a :$$

Այս հատկությունը հնարավորություն է տալիս ընկալել այս մաթսպասումը որպես դասական մաթսպասման ընդհանրացում: Վարիացիան ևս ունի սահմանման մի քանի մոտեցում (համակարգված ձևով սրանց մի մասը նկարագրված են [8]-ում):

Մեկը դասական մոտեցմամբ, ինչպես և մաթսպասման դեպքում, վարիացիան էլ է սահմանում որպես ոչ հստակ բազմություն: Այս դեպքում ևս α-կտրվածքները սահմանվում են այսպես՝ $Var_{\alpha}(\widetilde{X}) = \{Var(X) | X(\omega) \in \widetilde{X}_{\alpha}(\omega)\}$:

Մյուս մոտեցումը Ֆրեշեի կողմից վարիացիայի հասկացության նկարագրությունից է դուրս բերվում: Մասնավորապես, այն սահմանում է վարիացիան որպես մի թիվ, որը նկարագրում է պատահական մեծության միջին հեռվորությունը իր մաթսպասումից: Այսինքն՝ սահմանելով հեռավորրության գաղափարը, վարիացիայի հասկացությունը տվյալ դեպքում կընդունի հետևյալ տեսքը՝ $\mathrm{Var}(\tilde{\mathrm{X}}) = \int_{\Omega} \mathrm{d}^2\left(\tilde{\mathrm{X}}, \mathrm{E}(\tilde{\mathrm{X}})\right) \mathrm{dP}$:(Սրա հետ կապված՝ մի շարք էական հատկություններ նկարագրված են և մասամբ դուրս բերված [9]- ում):

Որպես մետրիկա հաճախ ընդունում են ՝ $\mathrm{d}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) = \left(\int_{\mathrm{S}} \left(\mathrm{s}_{\mathrm{X}}(\mathrm{x}) - \mathrm{s}_{\mathrm{Y}}(\mathrm{x})\right)^2 \mathrm{dx}\right)^{\frac{1}{2}}$, որտեղ $\mathrm{s}_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})$-ը A բազմության հենման ֆունկցիան է, իսկ S-ը 1-շրջանագիծն է (այսինքն երկու կետ 1-ը և -1-ը):

Այսպիսով, վարիացիայի վերջնական տեսքը ստացվում է՝

$$Var(\tilde{X}) = \int_{\Omega} \int_{S} \left(s_{\tilde{X}}(x) - s_{E(\tilde{X})}(x)\right)^2 dxdP \; : \tag{4}$$

Երբեմն էլ վերցնում են հաուսդորֆյան մետրիկան՝ $\mathrm{d}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) = \sup_{\mathrm{x} \in \mathrm{S}} |\mathrm{s}_{\mathrm{X}}(\mathrm{x}) - \mathrm{s}_{\mathrm{Y}}(\mathrm{x})|$:

Ավելի մեծ չափողականությամբ դասերի համար ոչ հստակ պատահական բազմությունները ընդհանրանում են բնական ձևով, այսինքն ՝ $\mathcal{T}^m$, կարելի է գրել որպես $(\mathbb{R}^{m-1}, \mu(x))$:

Այս դեպքում վարիացիայի սահմանումը ավելի հաճախ վերցնում հետևյալն է՝

$$Var(\tilde{X}) = \int_{\Omega} \int_0^1 \int_{S^{m-1}} m \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)\right)^2 dxd\alpha dP \; : \tag{5}$$

Իրականում $\int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)\right)^2 dxd\alpha$ նույնպես մետրիկա է, և առաջին անգամ օգտագործվել է Bobylev-ի կողմից ([10]):

Նկատեք, որ քանի որ ոչ հստակ թվերը իրենց մեջ պարունակում են նաև սովորական իրական թվերը, այդ դեպքում սահմանելով մետրիկա ոչ հստակ թվերի դասում, որպես մաթսպասում կարող ենք ընդունել վերը նշված սահմանումներից ցանկացածը: Դրա հետ կապված է հետևյալ արդյունքը:

<u>Թեորեմ 2.</u> Դիցուք ξ-ն որևէ ոչ հստակ պատահական մեծություն է: Ընդ որում $s_{\tilde{X}}(x, \alpha)$ և $s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)$ սահմանափակ են ցանկացած ω-ի և (x, α)-ի համար, և $E(\tilde{X})$ տրվում է (1) բանաձևով: Այդ դեպքում $\exists \overline{E}(\tilde{X})$ այնպիսին, որ

$$\int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)\right)^2 dxd\alpha = \int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x, \alpha)\right)^2 dxd\alpha \; : \tag{6}$$

Այսինքն՝ ոչ հստակ ձևով սահմանված մաթսպասումով վարիացիան կարելի է փոխարինել որևէ թվային մաթսպասումով:

<u>Ապացույց</u>: Նախ նկատեք, որ (6) բանաձևում բաց է թողնված ըստ հավանականության ինտեգրալը: Սրա կարիքը չկա, քանի որ ոչ $s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)$-ը ոչ էլ $s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x, \alpha)$-ը կախված չեն ω-ից, $s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x, \alpha)$-ը նաև կախված չէ α-ից(այդ պատճառով կգրենք $s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)$), սակայն երկուսն էլ կախված են ուղղությունից՝ x-ից:

Գնահատենք հետևյալ տարբերությունը.

$$\int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)\right)^2 dxd\alpha - \int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)^2 dxd\alpha \; :$$

Կունենանք՝

$$\int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(\left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha)\right)^2 - \left(s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)^2\right) dxd\alpha =$$

$$= \int_0^1 \int_{S^{m-1}} \left(\left(s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha) - s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)\left(2s_{\tilde{X}}(x, \alpha) - s_{E(\tilde{X})}(x, \alpha) - s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)\right) dxd\alpha \; : \tag{7}$$

Նկատենք, որ պետք է գտնել $s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)$,այնպիսին որ (7) դառնա 0:
Օգտվելով $s_{\tilde{X}}(x,\alpha)$-ի և $s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)$-ի սահմանափակությունից, կարող ենք գրել՝

$$m\int_0^1\int_{S^{m-1}}\left(s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)-s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)dxd\alpha\ \le$$

$$\le\int_0^1\int_{S^{m-1}}\left(\left(s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)-s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)\left(2s_{\tilde{X}}(x,\alpha)-s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)-s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)\right)dxd\alpha\le$$

$$\le M\int_0^1\int_{S^{m-1}}\left(s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)-s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)dxd\alpha\ :$$

Հերիք է գտնել $s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)$ բավարարող հետևյալ հավասարումը

$$\int_0^1\int_{S^{m-1}}\left(s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)-s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)\right)dxd\alpha=0$$

և կունենանք լուծումը:
Բայց ակնհայտորեն այդպիսին կա: Այդ նպատակով կատարենք հետևյալը:

$$\int_0^1\int_{S^{m-1}}s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)dxd\alpha=\int_0^1\int_{S^{m-1}}s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)dxd\alpha=\int_{S^{m-1}}s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)dx\ :$$

Հիշենք, որ $\overline{E}(\tilde{X})$-ը կետ է դասական իմաստով $\mathbb{R}^{d-1}$ տարածությունում 1 պատկանելության չափով: Հետևաբար

$$s_{\overline{E}(\tilde{X})}(x)=<x,\overline{E}(\tilde{X})>:$$

Այսինքն՝

$$\int_0^1\int_{S^{m-1}}s_{E(\tilde{X})}(x,\alpha)dxd\alpha=\int_{S^{m-1}}<x,\overline{E}(\tilde{X})>dx=<\int_{S^{m-1}}xdx\,,\overline{E}(\tilde{X})>, \qquad (8)$$

որտեղ վերջին արտահայտության մեջ վեկտորի ինտեգրալ է: Նման տեղափոխություն կարելի է անել, (տես օրինակ [11]):

Բայց (8)-ի վերջում գրված արտահայտությունը դասական սկալյար արտադրյալն է (Էվկլիդյան վեկտորական տարածություններում): Իսկ ձախ մասում թիվ է գրված: Նման արտահայտությունը միշտ ունի լուծում: Ավելին՝ այն կարող է ունենալ անվերջ քանակությամբ լուծումներ: Բավարար է, որ այն գոյություն ունի:

Պնդումն ապացուցված է:

<u>Դիտողություն 2.</u> Հարկ է նկատել, որ այս ձևով ևս սահմանվում է մաթսպասում: Իրականում, քանի որ (8)-ը ունի շատ լուծումներ, դժվար է պնդել, որ սրանք հանդիսանում են $E(\tilde{X})$-ի դեֆազիֆիկացիաներ: Սակայն հետագա ուսումնասիրություններում կարելի փորձել պարզել այդ հարցը:

Վերջապես վարիացիան սահմանվում է նաև կովարիացիայի հետևյալ սահմանումից՝

$$Cov(\tilde{X},\tilde{Y})=\frac{1}{2}\int_0^1\left(Cov(\tilde{X}_\alpha^-,\tilde{Y}_\alpha^-)+Cov(\tilde{X}_\alpha^+,\tilde{Y}_\alpha^+)\right)d\alpha\ :$$

Այս սահմանումը արդեն իսկ ենթադրում է, որ մեր ոչ հստակ պատահական մեծությունն ունի այսպես կոչված, աջակողմյան և ձախակողմյան բաշխումներ, այսինքն՝ որ $\tilde{X}_\alpha^-$, $\tilde{Y}_\alpha^-$, $\tilde{X}_\alpha^+$ և $\tilde{Y}_\alpha^+$ պատահական մեծություններ են: Այս սահմանմանը կարելի է ծանոթանալ [12]- ից:

Կարելի է նկատել, որ հենման ֆունկցիաները ոչ հստակ պատահական մեծություններին տանում են պատահական դաշտերի դաս: Սա հնարավորություն է տալիս ուսումնասիրել սրանք ավելի համակարգված (ընդհանուր տեսության համար [13,14]): Մասնավորապես կարելի է վարիացիան սահմանել կովարիոգրամի միջոցով:

Եվ իհարկե մյուս կողմից կարելի է նկատել, որ այս ձևով ոչ հստակ բազմությունները ինչ-որ տիրույթում ուռուցիկ մարմիններ(ենթաբազմություններ) են, և հետևաբար ոչ հստակ պատահական մեծություններին կարելի է վերաբերել որպես պատահական բազմությունների, որոնց տեսությանը կարելի է ծանոթանալ օրինակ Molchanov-ի գրքից ([15]):

Վարիացիան նույնպես կարելի է սահմանել մաթսպասման օպերատորի լեզվով: Օգտվելով ոչ հստակ թվերի բազմապատկման սահմանումից՝ կարելի մաթսպասման օպերատորը կիրառել $\widetilde{X}^2$ վրա, և ստանալ հետևյալը.

$$\mathrm{Var}(\widetilde{X})=\int_\Omega\left(\mathrm{E}[\widetilde{X}^2]-\mathrm{E}[\widetilde{X}]^2\right)\mathrm{dP}\ :$$

Եզրակացություն: Այստեղ ներկայացված են ոչ հստակ պատահական մեծությունների թվային բնութագրիչների մի շարք սահմանումներ: Առանձին մեծ ուսումնասիրություններ կան հատկապես վստահելիության չափով սահմանումներում, բայց խիստ հիմնավորված սահմանումները, իհարկե, տրվում են մետրիկական տարածություններում:

Այստեղ ստացված է երկու հիմնական արդյունք, որոնք ինչ-որ առումով բացահայտում են համապատասխան սահմանումներով բնութագրիչների հատկությունները: Նաև ներկայացվեց մաթսպասման՝ որպես թիվ սահմանելու մեկ այլ մոտեցում:

Ցանկալի է ուսումնասիրել, թե երբ են այդ սահմանումները իրար հետ համընկնում:

Գրականություն

1. **Kwakernaak H.** 'Fuzzy Random Variables-I. Definitions and Theorems' // Information sciences. - 1978. - Vol. 1. - P. 1-29.
2. **Puri M.L., Ralescu D.A.** Fuzzy Random Variables // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 1986. - Vol. 114. - P. 409-422.
3. **Diamond Ph., Kloeden P.** Metric Spaces of Fuzzy Sets: Theory and Applications. - World Scientific, 1994.
4. **Krätschmer V.** A unified approach to fuzzy random variables // Fuzzy Sets and Systems. - 2001. - Vol. 123. - P. 1-9.
5. **Lopez-Diaz M., Ralescu D.** Tools for fuzzy random variables: Embeddings and measurabilities // Computational Statistics and Data Analysis. - 2006.- Vol. 51, issue 1. - P. 109-114.
6. **Liu Y.K. , Liu B.** Expected Value Operator of Random Fuzzy Variable and Random Fuzzy Expected Value Models // International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge-Based Systems. - 2003. - Vol. 11. - P. 195-215.
7. **Liu Y.K., Liu B.** Expected Value of Fuzzy Variable and Fuzzy Expected Value Models // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. - 2002. - Vol. 10. - P. 445-450.
8. **Couso I., Dubois D.** On the variability of the concept of variance for fuzzy random variables // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. - 2009 . - Vol. 17. - P. 1070-1080.
9. **Körner R.** On the variance of fuzzy random variables // Fuzzy Sets and Systems. - 1997. - Vol. 92. - P. 83-93.
10. **Bobylev V.** Support function of a fuzzy set and its characteristic properties // Mathematical notes 1985.- Vol. 37, issue 4. - P. 281-285.
11. **Akcoglu M., Bartha P., Ha D.** Analysis in vector spaces: a Course in advanced analysis. - Wiley, 2009.
12. **Feng Y., Hu L., Shu H.** The variance and covariance of fuzzy random variables and their applications // Fuzzy Sets and Systems. – 2001. - vol. 120. - P. 487-497.
13. **Vanmarcke E.** *Random Fields: Analysis and Synthesis..* - MIT Press, 1988.
14. **Adler R.J.** *The Geometry of Random Fields.* - Wiley & Sons, 1981.
15. **Molchanov I.** *Theory of Random Sets.* – Springer, 2005.

09.12.2016.

Р.А. Геворкян, В.Г. Бардахчян

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЧЁТКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Представлены подходы к определению числовых характеристик нечётких случайных величин. Получены результаты, связывающие их с процессом дефазификации.

***Ключевые слова**: нечёткие случайные величины, оператор математического ожидания, дефазификация.*

R.A. Gevorgyan, V.G. Bardakhchyan

NUMERICAL CHARACTERISTICS OF FUZZY RANDOM VARIABLES

Some approaches to definition of expectation and variance of fuzzy random variables are represented. Results are derived, closely related to defuzzification process.

***Keywords**: fuzzy random variables, expectation of mathematical operator, defuzzification.*

Գևորգյան Ռուբեն Ալբերտի - տնտեսագիտության գիտությունների դոկտոր, Երևանի պետական համալսարան

Բարդախչյան Վարդան Գևորգի – ասպիրանտ, Երևանի պետական համալսարան